

# МЕТАФИЗИКА

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

2024, № 2 (52)

Основан в 2011 г.

Выходит 4 раза в год

*Журнал «Метафизика»* является периодическим рецензируемым научным изданием в области математики, физики, философских наук, входящим в *список журналов ВАК РФ*

*Цель журнала* – анализ оснований фундаментальной науки, философии и других разделов мировой культуры, научный обмен и сотрудничество между российскими и зарубежными учеными, публикация результатов научных исследований по широкому кругу актуальных проблем метафизики

*Материалы журнала размещаются* на платформе РИНЦ Российской научной электронной библиотеки

Издание зарегистрировано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор)

*Свидетельство о регистрации*  
ПИ № ФС 77-45948 от 27.07.2011 г.

*Учредитель:* Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы» (117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6)

• **ОСНОВАНИЯ  
МАТЕМАТИКИ  
И МЕТАФИЗИКА**

• **МЕТАФИЗИЧЕСКИЕ  
ПРОБЛЕМЫ  
ФИЗИЧЕСКИХ  
ПАРАДИГМ**

• **ПРОБЛЕМЫ  
ИНТЕРПРЕТАЦИИ  
ФИЗИЧЕСКИХ  
ЭКСПЕРИМЕНТОВ**

• **ВОСПОМИНАНИЯ  
ОБ УШЕДШИХ  
КОЛЛЕГАХ**

*Адрес редакционной коллегии:*  
Российский университет  
дружбы народов,  
ул. Миклухо-Маклая, 6,  
г. Москва, Россия, 117198  
<https://journals.rudn.ru/metaphysics>

Подписано в печать 23.05.2024 г.  
Дата выхода в свет 30.06.2024 г.

Формат 70×108/16.  
Печать офсетная. Усл. печ. л. 12,43.  
Тираж 500 экз. Заказ 625.  
Отпечатано  
в Издательско-полиграфическом  
комплексе РУДН  
115419, г. Москва,  
ул. Орджоникидзе, д. 3  
Цена свободная

# METAFIZIKA

(Metaphysics)

SCIENTIFIC JOURNAL

No. 2 (52), 2024

Founder:  
Peoples' Friendship University of Russia  
named after Patrice Lumumba

Established in 2011  
Appears 4 times a year

## Editor-in-Chief:

*Yu.S. Vladimirov*, D.Sc. (Physics and Mathematics), Professor  
at the Faculty of Physics of Lomonosov Moscow State University,  
Professor at the Academic-Research Institute  
of Gravitation and Cosmology of the RUDN University,  
Academician of the Russian Academy of Natural Sciences

## Editorial Board:

- V.V. Aristov*, D.Sc. (Physics and Mathematics), Professor at the Federal Research Center  
“Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences
- V.I. Belov*, D.Sc. (History), Professor at the RUDN University (Executive Secretary)
- S.A. Vekshenov*, D.Sc. (Physics and Mathematics),  
Professor at the Russian Academy of Education
- A.P. Yefremov*, D.Sc. (Physics and Mathematics),  
Professor at the RUDN University,  
Academician of the Russian Academy of Natural Sciences
- V.N. Katasonov*, D.Sc. (Philosophy), D.Sc. (Theology), Professor,  
Head of the Philosophy Department of Sts Cyril and Methodius’  
Church Post-Graduate and Doctoral School
- A.P. Kozyrev*, Ph.D. (Philosophy), Associate Professor at the Lomonosov Moscow State University
- Archpriest Kirill Kopeikin*, Ph.D. (Physics and Mathematics),  
Candidate of Theology, Director of the Scientific-Theological Center  
of Interdisciplinary Studies at St. Petersburg State University,  
lecturer at the St. Petersburg Orthodox Theological Academy
- V.F. Panov*, D.Sc. (Physics and Mathematics),  
Professor at the Perm State National Research University
- V.A. Pancheluga*, Ph.D. (Physics and Mathematics), Senior researcher,  
Institute of Theoretical and Experimental Biophysics of the Russian Academy of Sciences
- V.I. Postovalova*, D.Sc. (Philology), Professor, Chief Research Associate  
of the Department of Theoretical and Applied Linguistics at the Institute  
of Linguistics of the Russian Academy of Sciences
- Yu.P. Rybakov*, Professor at the RUDN University
- A.Yu. Sevalnikov*, D.Sc. (Philosophy), Professor at the Institute of Philosophy  
of the Russian Academy of Sciences, Professor at the Chair of Logic  
at Moscow State Linguistic University
- S.V. Bolokhov*, Ph.D. (Physics and Mathematics),  
Associate Professor at the RUDN University,  
Scientific Secretary of the Russian Gravitational Society (Secretary of the Editorial Board)

ISSN 2224-7580

DOI: 10.22363/2224-7580-2024-2

# МЕТАФИЗИКА НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

2024, № 2 (52)

Учредитель:  
Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Российский университет дружбы народов  
имени Патриса Лумумбы»

Основан в 2011 г.  
Выходит 4 раза в год

## Главный редактор –

**Ю.С. Владимиров** – доктор физико-математических наук,  
профессор физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова,  
профессор Института гравитации и космологии  
Российского университета дружбы народов, академик РАЕН

## Редакционная коллегия:

**В.В. Аристов** – доктор физико-математических наук,  
профессор Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» РАН

**В.И. Белов** – доктор исторических наук, профессор  
Российского университета дружбы народов (ответственный секретарь)

**С.А. Векишев** – доктор физико-математических наук,  
профессор Российской академии образования

**А.П. Ефремов** – доктор физико-математических наук,  
профессор Российского университета дружбы народов, академик РАЕН

**В.Н. Катасонов** – доктор философских наук, доктор богословия, профессор,  
заведующий кафедрой философии Общецерковной аспирантуры и докторантуры имени  
Святых равноапостольных Кирилла и Мефодия

**А.П. Козырев** – кандидат философских наук,  
доцент Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова

**Протоиерей Кирилл Конейкин** – кандидат физико-математических наук,  
кандидат богословия, директор Научно-богословского центра  
междисциплинарных исследований Санкт-Петербургского государственного университета,  
преподаватель Санкт-Петербургской православной духовной академии

**В.Ф. Панов** – доктор физико-математических наук,  
профессор Пермского государственного национального исследовательского университета

**В.А. Панчелюга** – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник  
Института теоретической и экспериментальной биофизики РАН

**В.И. Постовалова** – доктор филологических наук, профессор,  
главный научный сотрудник Отдела теоретического  
и прикладного языкознания Института языкознания РАН

**Ю.П. Рыбаков** – доктор физико-математических наук,  
профессор Российского университета дружбы народов

**А.Ю. Севальников** – доктор философских наук,  
профессор Института философии РАН, профессор кафедры логики  
Московского государственного лингвистического университета

**С.В. Болохов** – кандидат физико-математических наук,  
доцент Российского университета дружбы народов,  
ученый секретарь Российского гравитационного общества  
(секретарь редакционной коллегии)

ISSN 2224-7580

DOI: 10.22363/2224-7580-2024-2

## CONTENTS

<b>EDITORIAL NOTE</b> ( <i>Vladimirov Yu.S.</i> ) .....	6
<b>FOUNDATIONS OF MATHEMATICS AND METAPHYSICS</b>	
<i>Yefremov A.P.</i> Hypercomplex algebraic structures originating on a set of one-dimensional elements .....	8
<i>Serovaisky S.Ya.</i> The second revolution in mathematics? .....	19
<i>Vekshenov S.A.</i> The “non-standard” formalism of quantum theory II: fundamental rotations, the ordinal paradigm .....	35
<i>Godarev-Lozovsky M.G.</i> Cantor’ Continuum Hypothesis and the problem of gravity quantization .....	52
<i>Gurianov V.I.</i> Semantic networks and insufficiency of mathematical description of scientific models .....	67
<b>METAPHYSICAL PROBLEMS OF PHYSICAL PARADIGMS</b>	
<i>Aristov V.V.</i> Mach’s principle and quantum mechanics in the relational approach .....	82
<i>Krechet V.G., Kisser A.E.</i> On possible answers to metaphysical questions about the origin of characteristic properties of elementary material objects .....	92
<b>PROBLEMS OF INTERPRETATION OF PHYSICAL EXPERIMENTS</b>	
<i>Panchelyuga V.A., Panchelyuga M.S.</i> Influence of powerful nonstationary processes on time and frequency standards parameters .....	98
<i>Samsonenko N.V., Syomin M.V., Haidar Raif, Alibin M.A.</i> Formation of massive particles by spherical massless waves in a spherical resonator .....	116
<b>MEMORIES OF DEPARTED COLLEAGUES</b>	
<i>Ignatiev Yu.G.</i> AZ: touches to the portrait .....	121
<i>Obituary. In memory of V.V. Kassandrov</i> .....	138
<b>OUR AUTHORS</b> .....	139

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ОТ РЕДАКЦИИ</b> ( <i>Владимиров Ю.С.</i> ) .....	6
<b>ОСНОВАНИЯ МАТЕМАТИКИ И МЕТАФИЗИКА</b>	
<i>Ефремов А.П.</i> Гиперкомплексные алгебраические структуры, возникающие на множестве одномерных элементов .....	8
<i>Серовайский С.Я.</i> Вторая революция в математике? .....	19
<i>Векшенов С.А.</i> «Нестандартный» формализм квантовой теории II: фундаментальные вращения, порядковая парадигма .....	35
<i>Годарев-Лозовский М.Г.</i> Континуум-гипотеза Кантора и проблема квантования гравитации .....	52
<i>Гурьянов В.И.</i> Семантические сети и недостаточность математического описания научных моделей .....	67
<b>МЕТАФИЗИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАДИГМ</b>	
<i>Аристов В.В.</i> Принцип Маха и квантовая механика в реляционном подходе .....	82
<i>Кречет В.Г., Киссер А.Э.</i> О возможных ответах на метафизические вопросы о происхождении характеристических свойств элементарных материальных объектов .....	92
<b>ПРОБЛЕМЫ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ФИЗИЧЕСКИХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ</b>	
<i>Панчелюга В.А., Панчелюга М.С.</i> О влиянии мощных нестационарных процессов на параметры стандартов времени и частоты .....	98
<i>Самсоненко Н.В., Сёмин М.В., Хайдар Рауф, Алибин М.А.</i> Образование массивных частиц сферическими безмассовыми волнами в шаровом резонаторе .....	116
<b>ВОСПОМИНАНИЯ ОБ УШЕДШИХ КОЛЛЕГАХ</b>	
<i>Игнатьев Ю.Г.</i> АЗ: штрихи к портрету .....	121
<i>Некролог. Памяти В.В. Кассандрова</i> .....	138
<b>НАШИ АВТОРЫ</b> .....	140

## ОТ РЕДАКЦИИ

DOI: 10.22363/2224-7580-2024-2-6-7

EDN: YZGMPS

Данный выпуск журнала посвящен главным образом рассмотрению оснований современной математики.

Первый раздел журнала содержит статьи, отражающие содержание докладов, сделанных на секции «Основания математики» 7-й Российской конференции «Основания фундаментальной физики и математики», состоявшейся в декабре 2023 г. В этих статьях значительное внимание уделено обсуждению оснований математики, связанных с ключевыми принципами метафизики. В настоящий момент это направление исследований чрезвычайно важно в связи с тем, что современная фундаментальная физика находится в процессе пересмотра оснований используемых ныне представлений о физической реальности, а для дальнейшего развития этого направления исследований крайне важна разработка подходящего математического аппарата.

Принципиально важно, что и в рамках современной математики также ощущается необходимость существенного пересмотра оснований. Об этом, в частности, говорится в статье известного математика из Казахстана С.Я. Серовайского с характерным названием «Вторая революция в математике?». Аналогичные мотивы усматриваются и в других статьях этого раздела журнала. Примечательно, что в этих статьях грядущие изменения в математике тесно связываются с проблемами пересмотра оснований фундаментальной физики.

Заключает раздел статья В.И. Гурьянова, также имеющая символически значимое название «Семантические сети и недостаточность математического описания научных моделей». В заключительной части этой статьи автор справедливо утверждает, «что научная модель должна определяться концептуальной и математической моделью. Причем математическая модель должна строиться на основе концептуальной модели». При этом под концептуальной моделью автор понимает то, что называется «физическим смыслом математической модели».

Во втором разделе журнала – «Метафизические проблемы физических парадигм» – содержатся две статьи физиков-теоретиков: В.В. Аристова «Принцип Маха и квантовая механика в реляционном подходе» и совместная

статья В.Г. Кречета и А.Э. Киссера «О возможных ответах на метафизические вопросы о происхождении характеристических свойств элементарных физических объектов». В обеих статьях речь идет об использовании подходящего математического аппарата для решения важных проблем физики в рамках двух физических парадигм. В статье В.В. Аристова фактически обсуждается математический аппарат для развития реляционной парадигмы, а во второй статье используется математический аппарат геометрической парадигмы.

В третьем разделе «Проблемы интерпретации физических экспериментов» также содержатся две статьи, в которых большее внимание уделено физической интерпретации экспериментов, что лишь затем предполагает подбор соответствующего математического аппарата.

Наконец, последний, четвертый раздел журнала «Воспоминания об ушедших коллегах» содержит статью-воспоминание казанского гравитациониста Ю.Г. Игнатьева о выдающемся отечественном математике Алексее Зиновьевиче Петрове (1910–1972), авторе всемирно известной алгебраической классификации Петрова пространств Эйнштейна.

Кроме того, в этом разделе помещен некролог на недавно ушедшего из жизни нашего коллеги – физика-теоретика Владимира Всеволодовича Кассандрова (1949–2024), известного своими работами в области алгебродинамики – оригинального математического направления развития фундаментальной физики.

*Ю.С. Владимиров*

# ОСНОВАНИЯ МАТЕМАТИКИ И МЕТАФИЗИКА

DOI: 10.22363/2224-7580-2024-2-8-18

EDN: ZAGHRY

## ГИПЕРКОМПЛЕКСНЫЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ, ВОЗНИКАЮЩИЕ НА МНОЖЕСТВЕ ОДНОМЕРНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

**А.П. Ефремов**

*Институт гравитации и космологии  
Российского университета дружбы народов  
Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6*

**Аннотация.** Показано, что ряд гиперкомплексных числовых множеств возникает в абстрактной среде, состоящей из случайно ориентированных одномерных геометрических объектов. Внимание сосредоточено на базовом множестве, представленном алгебраической системой типа группоида с одной бинарной операцией (ассоциативным умножением), допускающей делители нуля; для этого множества приведена оригинальная таблица умножения типа таблицы Кэли. Введение операции обратимого сложения расширяет набор до алгебр действительных, комплексных и гиперкомплексных чисел с единицами, построенными из исходных простых элементов. Отмечается, что эта фундаментальная математика тесно связана с происхождением основных уравнений квантовой физики.

**Ключевые слова:** алгебраическая система, бинарная операция, таблица Кэли, гиперкомплексные числа

### Введение

Математизация описания физических процессов, инициированная Ньютоном и Лейбницем в XVII в., к удивлению физиков, опирающихся на эмпирические методы исследований, имела неожиданный эффект: через два столетия математика оказалась «необоснованно эффективной для использования ее в естественных науках» [1]. Примером тому послужили первые теории, базирующиеся пока еще на результатах физического опыта: «необъяснимая» (со времен Мопертюи) аналитическая механика, электродинамика Максвелла

и статистическая физика Гиббса. Следующий этап развития в рамках новой синтетической науки – теоретической физики – можно характеризовать как уже чисто математическую эмпирику, то есть попытку установления закономерностей при анализе не собственно физических объектов и явлений, а математических соотношений, предлагаемых для более или менее точного их описания. Наиболее удачные примеры – теория относительности, квантовая механика и теория элементарных частиц. Впрочем, некоторые из этих находок появились в результате эвристического моделирования, как это было с уравнением Шредингера, которое, как утверждают учебники, никак не выводится из логических соображений [2].

При этом, однако, сделанные на базе этого уравнения расчеты эффектов микромира, подтвержденные экспериментально, вызывают искреннее удивление и заставляют сомневаться в верности действующих представлений о фундаментальных структурах физического мира. В силу известной ограниченности прямого эксперимента в среде объектов с характерным размером  $10^{-15}$  см осмысление «физического устройства» такой среды, как представляется, может идти по двум каналам: (i) идеалистическое моделирование с использованием словесного описания и (ii) строго математическое моделирование с использованием, по возможности, геометрических – или подобных – образов, позволяющих дать визуальное представление об описываемом объекте или явлении.

Типичным примером первого варианта такого осмысления является модель Дж. Уилера так называемой предгеометрии как «среды обитания» квантово-механических объектов; эта среда описывается как некий базисный элемент физического пространства, однако при этом «... a concept of pre-geometry breaks loose all mention of geometry and distance» [3].

Пример второго пути [вариант (ii)] представлен в данной работе. В известном смысле этот путь развивает идеи Уилера, но на строго математической основе, предусматривающей взаимосвязь между допускающими визуализацию геометроподобными идеальными объектами и числами, принадлежащими исключительным алгебраическим системам.

Предлагаемое исследование имеет следующую структуру.

В разделе 1 показано, что в некоторой субгеометрической среде (абстрактном множестве ориентированных одномерных элементов) введение операции типа умножения порождает нестандартную алгебраическую систему – первичное квадратичное множество типа группоида, не имеющего, однако, единичного элемента, но допускающего делителя нуля. В первичном множестве естественным образом определяются четыре базовых элемента, для которых строится таблица Кэли.

В разделе 2 отмечено, что введение второй операции (обобщенного сложения) расширяет первичное множество до развитой алгебраической системы, автоматически включающей в себя полный набор исключительных алгебр – действительных, комплексных и кватернионных чисел, а также алгебры дуальных чисел, двойных чисел и бикватернионов.

В разделе «Обсуждение и заключение» в компактной форме показано, что условие сохранения единиц указанных алгебр при простых деформациях базового абстрактного множества представляет собой дифференциальное уравнение, которое в физических единицах становится уравнением квантовой механики. Также приводятся основные результаты и перспективные направления исследования.

## 1. Абстрактная субгеометрическая структура порождает группоид с делителями нуля

На нулевом этапе построения множества гиперкомплексных чисел (и геометрии трехмерного «физического» пространства) базовой структурой оказывается оригинальная квазиалгебраическая система («странный группоид»), не имеющая аналогов в известной классификации таких алгебраических множеств. Коротко данную процедуру построения чисел можно описать следующим образом.

### 1.1. Базисное абстрактное множество ориентированных $1D$ элементов

Развивая идею Уилера, рассмотрим абстрактную «нефизическую» (субгеометрическую) среду  $F$ , составленную одномерными элементами  $\{a, b, c, \dots\} \in F$ . Каждый элемент данной среды может быть представлен отрезком (прямой) линии (полоска, strip, string). Удобно и возможно (но необязательно) считать, что все элементы компланарны, то есть принадлежат некоторой плоскости; при этом они имеют различную длину и случайную ориентацию относительно друг друга (рис. 1).

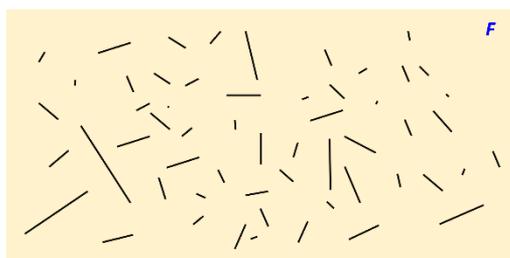


Рис. 1а. Множество случайным образом ориентированных элементов на субгеометрической плоскости  $F$

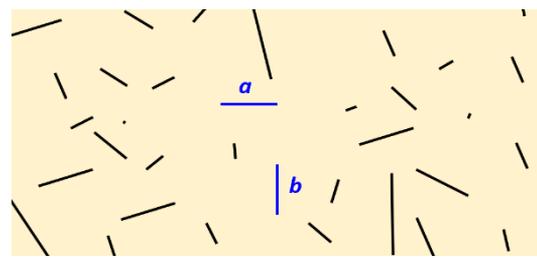


Рис. 1б. Выбирается пара ортогональных элементов стандартной длины

Норму  $\|a\|$  и, следовательно, длину  $|a|$ , например, элемента  $a \in F$  можно условно описать следующим образом:  $\|a\| = |a|^2 \equiv \dot{a}a$ ; здесь  $\dot{a}$  есть сопряженный элемент – это сопряжение общего вида, например комплексное, эрмитово или другое. С помощью некоторой операции стандартизации  $S(a)$  можно сделать элемент  $a$  эталоном длины  $|a| = \|a\| = I$ ; в частности, можно просто считать длину  $I$  единичной; этим стандартом в принципе можно измерять длины всех остальных элементов. Кроме того, пусть среди множества элементов  $F$  для элемента  $a$  всегда можно найти его *пару* – элемент

$b \in F$  (тоже эталонной длины  $|b| = |a|$ ) такой, что отрезки  $a$  и  $b$  взаимно ортогональны; это условие можно описать так:  $\dot{a}b = \dot{b}a = 0$ .

Отметим, что приведенные здесь формулы носят сугубо иллюстративный характер, отражая лишь (суб-)геометрические свойства элементов – их «стандартизованную» длину и взаимную ориентацию. В частности, формальные описания нормы элемента и ортогональности пары не являются представлением какой-либо бинарной операции. По существу, эти формулы вообще не являются необходимыми, поскольку описываемая словесно «геометрия» и так понятна: есть два перпендикулярных отрезка стандартной («единичной») длины.

Тем не менее несложно дать математическое описание рассматриваемой ситуации в терминах некоторых объектов («свободных параметров») общего вида  $\{\alpha, \beta, \dots, \sigma, \tau\} \notin F$ , вообще говоря, внешних по отношению к множеству  $F$ ; приведем простой пример. Пусть отрезки  $a$  и  $b$  описываются двухкомпонентными матрицами-столбцами  $a = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} \sigma \\ \tau \end{pmatrix}$ , а их сопряжение сводится всего лишь к транспонированию:  $\dot{a} = (\alpha \ \beta)$ ,  $\dot{b} = (\sigma \ \tau)$ . Тогда условие стандартизации длины сводится к скалярному соотношению единичности

$$\dot{a}a = \dot{b}b = \alpha^2 + \beta^2 = \sigma^2 + \tau^2 = 1, \quad (1)$$

а условие ортогональности – к скалярному соотношению нулевой проекции

$$\dot{a}b = \dot{b}a = \alpha\sigma + \beta\tau = 0. \quad (2)$$

Отсюда, в частности, следует, что из 4 ранее свободных параметров независимым остается только один, пусть это параметр  $\tau$ , выразим через него остальные параметры. Из уравнений (1) следует  $\alpha = \sqrt{1 - \beta^2}$ ,  $\sigma = \sqrt{1 - \tau^2}$ ; подстановка этих соотношений в уравнение (2) дает  $\sqrt{(1 - \beta^2)(1 - \tau^2)} = -\beta\tau$ , откуда после возведения в квадрат следует  $\beta = \pm\sqrt{1 - \tau^2}$ , то есть с учетом (2)  $\alpha = \mp\tau$ . Более никакой существенной информации это описание не дает. Однако следует отметить, что в совокупности наличие среды  $F$  и установленного в ней стандарта длины, по сути, эквивалентно заданию неупорядоченного множества  $\mathbf{R}_{\geq 0}$  действительных неотрицательных чисел  $\{u, w, x, y, z, \dots\} \in \mathbf{R}_{\geq 0}$ , определяемых посредством сравнения каждого элемента  $F$  с эталоном (ноль фиксирует отсутствие длины).

## **1.2. Простейшая алгебраическая система построенная на квадратичном множестве**

С целью построения простейшей алгебраической системы над множеством  $F$  зададим в паре  $\{a, b\}$  базовую бинарную операцию  $P_F(a, b)$  – умножение между разными элементами пары; вообще говоря, эта операция некоммутативна  $N^a \equiv \dot{a}b \neq b\dot{a} \equiv N^b$ . Здесь суперскрипты « $a$ » и « $b$ » не являются числовыми индексами, а задают различие названиям величин  $N$  по символу левого (несопряженного) элемента пары. Процедура и результат операции  $P_F$ , проиллюстрированные на данном выше примере представления элементов  $F$

матрицами 2-го ранга, соответствуют так называемому прямому или тензорному умножению векторов:

$$N^a = a\dot{b} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} (\sigma \quad \tau) = \begin{pmatrix} \alpha\sigma & \alpha\tau \\ \beta\sigma & \beta\tau \end{pmatrix}, N^b = a\dot{b} = \begin{pmatrix} \sigma \\ \tau \end{pmatrix} (\alpha \quad \beta) = \begin{pmatrix} \sigma\alpha & \sigma\beta \\ \tau\alpha & \tau\beta \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Объекты типа  $N^a, N^b$  очевидно принадлежат некоторой квадратичной среде  $F \otimes F$ , элементы которой  $\{N, C \dots\} \equiv \{ab, ba, a^2, b^2 \dots\}$  в простейшем представлении могут рассматриваться как  $2 \times 2$ -матрицы. Используя этот факт, построим над множеством  $F \otimes F$  простую алгебраическую систему  $V$ , определив бинарную операцию  $(N, C)$ , аналогичную операции умножения матриц, и вычислим для базисных объектов  $N^a, N^b$  все возможные результаты этого умножения. Таковых всего четыре. Вычисления показывают, что первые два произведения – квадраты каждой из величин – являются нильпотентами

$$N^a \cdot N^a = a\dot{b} \cdot a\dot{b} = a(\dot{b}a)\dot{b} = 0, N^b \cdot N^b = b\dot{a} \cdot b\dot{a} = b(\dot{a}b)\dot{a} = 0. \quad (4)$$

В простом случае представления матрицами ранга 2 этот результат следует из прямого расчета с использованием уравнений (3) и (2). Вторые два произведения (разных величин) таковы:

$$\begin{aligned} N^a \cdot N^b &= a\dot{b} \cdot b\dot{a} = a(\dot{b}b)\dot{a} = a\dot{a} \equiv C^a, \\ N^b \cdot N^a &= b\dot{a} \cdot a\dot{b} = b(\dot{a}a)\dot{b} = b\dot{b} \equiv C^b; \end{aligned} \quad (5)$$

суперскрипты при  $C$  также не являются числовыми индексами, а входят в наименование (здесь – это элемент, базисный для данной величины). Как видно, объекты  $C$  образованы по правилу базовой бинарной операции  $P_F$  (для каждого элемента пары), то есть по структуре они также принадлежат  $V$ , хотя возникают как вторичные конструкции.

Итак, из двух линейных элементов  $a, b$  (ортогональных и задающих стандарт длины), выделенных в базисном абстрактном множестве  $F$ , задав в нем бинарную операцию  $P_F$  (типа прямого произведения векторов), мы построили четыре простейших объекта – два базисных (нильпотенты)  $N^a, N^b$  и два производных  $C^a, C^b$ ; все они являются элементами квадратичного множества  $V$  с определенной в нем одной бинарной операцией  $P_V$  (типа умножения матриц).

Нас интересуют все возможные произведения объектов  $N, C$ . Четыре из них – произведения только нильпотентов – определены формулами (4) и (5). Найдем соответствующие произведения производных объектов  $C$ . Их также четыре: два квадрата величин

$$\begin{aligned} C^a \cdot C^a &= a\dot{a} \cdot a\dot{a} = a(\dot{a}a)\dot{a} = a\dot{a} = C^a, \\ C^b \cdot C^b &= b\dot{b} \cdot b\dot{b} = b(\dot{b}b)\dot{b} = b\dot{b} = C^b, \end{aligned} \quad (6)$$

и два взаимных произведения

$$C^a \cdot C^b = a\dot{a} \cdot b\dot{b} = a(\dot{a}b)\dot{b} = 0, C^b \cdot C^a = b\dot{b} \cdot a\dot{a} = b(\dot{b}a)\dot{a} = 0. \quad (7)$$

Из формул (6) следует, что оба производных объекта являются идемпотентами, а формула (6) свидетельствует, что  $C^a$  и  $C^b$  «взаимно ортогональны».

Остается найти результаты смешанных произведений  $N \cdot C$  и  $C \cdot N$ . Покажем процесс умножения остальных смешанных произведений детально:

$$N^a C^a = a\dot{b} \cdot a\dot{a} = a(\dot{b}a)\dot{a} = 0, C^a N^a = a\dot{a} \cdot a\dot{b} = a(\dot{a}a)\dot{b} = a\dot{b} = N^a, \quad (8a)$$

$$N^a C^b = a\dot{b} \cdot b\dot{b} = a(\dot{b}b)\dot{b} = a\dot{b} = N^a, C^b N^a = b\dot{b} \cdot a\dot{b} = b(\dot{b}a)\dot{b} = 0. \quad (9a)$$

$$N^b C^a = b\dot{a} \cdot a\dot{a} = b(\dot{a}a)\dot{a} = b\dot{a} = N^b, C^a N^b = a\dot{a} \cdot b\dot{a} = a(\dot{a}b)\dot{a} = 0, \quad (8b)$$

$$N^b C^b = b\dot{a} \cdot b\dot{b} = b(\dot{a}b)\dot{b} = 0, C^b N^b = b\dot{b} \cdot b\dot{a} = b(\dot{b}b)\dot{a} = b\dot{a} = N^b. \quad (9b)$$

Формулы (4-9) в явной форме демонстрируют, что любое попарное умножение четырех простейших элементов (нильпотентов  $N$  и идемпотентов  $C$ ), входящих в квадратичное множество  $V$ , возвращает результат в то же множество. Таким образом, множество  $V$  представляет собой некоторую простую алгебраическую структуру, где задана единственная бинарная операция  $P_F$ , для которой можно составить таблицу Кэли (рис. 2).

$\otimes$	$N^a$	$N^b$	$C^a$	$C^b$
$N^a$	0	$C^a$	0	$N^a$
$N^b$	$C^b$	0	$N^b$	0
$C^b$	0	$N^b$	0	$C^b$
$C^a$	$N^a$	0	$C^a$	0

Рис. 2. «Симметричная» таблица Кэли для бинарной операции  $P_F$  в квадратичном множестве  $V$

В приведенной на рис. 1 таблице левый вертикальный столбец и верхний горизонтальный ряд намеренно содержат различную последовательность наименований идемпотентов; в данной трактовке таблица оказывается замечательно симметричной, имея по главной диагонали нули, по главной антидиагонали – нильпотенты, по антидиагоналям первого и четвертого миноров – производные идемпотенты.

По своим свойствам алгебраическая структура  $V$  является простейшей: умножение в ней не коммутативно и не имеет нейтрального (единичного) элемента; при этом, как видно из таблицы Кэли, она включает «делители нуля». Такая алгебраическая структура отвечает определению группоида (или магмы). Однако прямым вычислением несложно установить, что умножение  $P_F$  трех и более сомножителей типа  $C \cdot C \cdot N$ ,  $N \cdot C \cdot N$  и пр. ассоциативно; следовательно,  $V$  является и полугруппой (без единицы). Наделяя каждый из базовых элементов  $V$  весовыми множителями из упомянутого выше множества  $\mathbf{R}_{\geq 0}$ , мы можем определить особое множество чисел, принадлежащих расширенной полугруппе  $V_R$ , например:

$$Y \equiv uN^a + wN^b + xC^a + yC^b; \quad (10)$$

произведение любого числа таких чисел, согласно приведенной таблице Кэли (см. рис. 1), возвращает результат в множество  $V_R$ . Сам по себе факт

существования подобной алгебраической системы, вероятно, представляет определенный интерес, но в данном случае он является всего лишь промежуточным результатом на пути построения серии замечательных алгебр.

## 2. Обратимое сложение преобразует полугруппу в базис гиперкомплексных чисел

### 2.1. Введение сложения и попарных сумм нильпотентов и идемпотентов

Конечность по числу элементов и замкнутость по ассоциативному умножению множества  $V$  подсказывают возможность введения в нем второй бинарной операции – обратимого сложения. Это тем более обоснованно, что «лишний» в умножении, но характерный для сложения нейтральный (нулевой) элемент  $V$  уже содержит. Поскольку элементы  $V$  возникают попарно и последовательно (пара нильпотентов, затем пара производных идемпотентов), представляется целесообразным рассмотреть их суммы и разности раздельно; для двух пар базисных элементов таких соотношений будет четыре. Определим алгебраические суммы производных идемпотентов как

$$C^a + C^b \equiv E, C^a - C^b \equiv \tilde{K} \quad (11)$$

и найдем квадраты этих величин, используя формулы (6), (7) или таблицу Кэли:

$$\begin{aligned} E^2 &= (C^a + C^b)(C^a + C^b) = \\ &= C^b C^a + C^a C^b + C^b C^a + C^b C^b = C^a + C^b = E, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\tilde{K}^2 = (C^a - C^b)(C^a - C^b) = C^a + C^b = E. \quad (13)$$

Определим также суммы нильпотентов

$$N^a + N^b \equiv \tilde{I}, N^a - N^b \equiv J \quad (14)$$

и вычислим их квадраты, используя формулы (4), (5):

$$\begin{aligned} \tilde{I}^2 &= (N^a + N^b)(N^a + N^b) = \\ &= N^a N^a + N^a N^b + N^b N^a + N^b N^b = C^a + C^b = E, \end{aligned} \quad (15)$$

$$J^2 = (N^a - N^b)(N^a - N^b) = -E. \quad (16)$$

Итак, все квадраты введенных линейных комбинаций базовых элементов сводятся к единственной величине  $E$ . В качестве примера ее вычисления удобно применить предложенное выше простейшее представление 2D-матрицами:

$$\begin{aligned} E = C^a + C^b &= a\dot{a} + b\dot{b} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} (\alpha \quad \beta) + \begin{pmatrix} \sigma \\ \tau \end{pmatrix} (\sigma \quad \tau) = \\ &= \begin{pmatrix} \alpha^2 + \sigma^2 & \alpha\beta + \sigma\tau \\ \beta\alpha + \tau\sigma & \beta^2 + \tau^2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (17)$$

Принимая во внимание соотношения между параметрами, определяемое формулами (1) и (2) (см. конец раздела 2.1), находим из (17), что  $E$  в точности является единичной  $2 \times 2$  матрицей, по сути – действительной (скалярной) единицей.

Дополнив операцией сложения полугруппу  $V$ , мы получили алгебраическую систему следующего уровня, которую будем обозначать символом  $V^+$ ; покажем, что  $V^+$  генерирует серию известных алгебр.

## 2.2. Алгебры вещественных и комплексных чисел

Введение операции обратимого сложения имеет своим следствием не существенный для нее, но характерный для операции умножения нейтральный элемент – скалярную единицу. Снабдив только единицу  $E$  весовыми множителями из множества  $\mathbf{R}_{\geq 0}$  и имея в виду обратимость введенной операции сложения (то есть расширение  $\mathbf{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbf{R}$  за счет включения отрицательных чисел), мы получаем алгебру действительных чисел  $R$ . В ней определены две бинарные операции сложения и умножения, содержащие соответствующие нейтральные элементы  $\{0,1\}$ , эти операции отвечают свойствам коммутативности, ассоциативности и дистрибутивности (в силу скалярности единицы); есть деление.

Рассмотрим случай, когда наряду с действительной единицей весовыми множителями (из множества  $\mathbf{R}$ ) наделяется только еще один объект  $J$  [см. формулу (14)]. Из (16) следует, что  $J$  является мнимой единицей, в данном случае она ведет себя как скаляр  $J \rightarrow i$ . Несложно видеть, что полученное множество формирует алгебру комплексных чисел  $C$ , базирующуюся на двух единицах  $(1,i)$  и имеющую те же бинарные операции и нейтральные элементы, что и алгебра  $R$ .

## 2.3. Возникновение $2D$ -алгебр с делителями нуля

Рассмотрим в качестве базиса алгебраической структуры действительную единицу  $E$  и величину  $N^a$ . Надея их скалярными множителями из  $\mathbf{R}$ , мы получаем так называемую алгебру дуальных чисел – (гипер)комплексных чисел параболического типа, построенную на базисе  $\{E, N^a\}$ ; обе бинарные операции коммутативны, ассоциативны и взаимно дистрибутивны, нейтральные элементы  $\{0,1\}$ . Но это – алгебра без деления, притом что в силу свойства (4) простейшим делителем нуля является сама «единица»  $N^a$ . Идентичная алгебра возникает также на базисе  $\{E, N^b\}$ .

Обратимся к объектам  $\tilde{K}, \tilde{I}$ ; из формул (13), (15) следует, что каждый из них является действительной единицей. В паре с  $E$  каждая из единиц  $\tilde{K}, \tilde{I}$  ведет себя как скаляр и образует базис алгебры двойных чисел (гипер)комплексных чисел гиперболического типа. Свойства двух ее бинарных операций схожи со свойствами операций алгебры двойных чисел, она имеет те же нейтральные элементы и также содержит делители нуля.

Таковыми простейшими являются числа  $E + \tilde{K}$  и  $E - \tilde{K}$ , поскольку  $(E + \tilde{K})(E - \tilde{K}) = E^2 - \tilde{K}^2 = 0$ . Отметим также, что любое двойное число может быть записано в так называемой ортогональной форме. Для числа с единицами  $\{1, \tilde{K}\}$ :  $U = x + y\tilde{K} = (x + y)C^a + (x - y)C^b$  такое представление очевидно; для числа с единицами  $\{1, \tilde{I}\}$ :

$$U = x + y\tilde{I} = \frac{x+y}{4}(C^a + C^b + N^a + N^b) + \frac{x-y}{4}(C^a + C^b - N^a - N^b) \equiv \frac{x+y}{2}\tilde{C}^a + \frac{x-y}{2}\tilde{C}^a;$$

с помощью таблицы Кэли несложно показать, что  $\tilde{C}^a, \tilde{C}^b$  – также идемпотенты, и они ортогональны:  $\tilde{C}^a\tilde{C}^b = 0$ .

#### 2.4. Генерирование алгебры кватернионов

Выделенным (исключительным) множеством в алгебраической системе  $V^+$  является 4d-базис, содержащий частично модифицированный набор единиц, заданных формулами (11) и (14):

$$1 = c^a + C^b = a\dot{a} + b\dot{b}, \tag{18a}$$

$$i = -i\tilde{I} = -i(N^a + N^b) = -i(a\dot{b} + b\dot{a}) \equiv q_1, \tag{18b}$$

$$j = J = N^a - N^b = a\dot{b} - b\dot{a} \equiv q_2, \tag{18c}$$

$$k = -i\tilde{K} = -i(C^a - C^b) = i(a\dot{a} - b\dot{b}) \equiv q_3. \tag{18d}$$

Это базис четырех кватернионных единиц, найденный Гамильтоном в 1843 г. Здесь в формулах (18) слева – обозначения единиц, предложенные Гамильтоном, справа – обозначения этих единиц как векторов 3D ортонормированного репера. Формулы (18) устанавливают «внутреннюю структуру» каждой из единиц в терминах базовых элементов множества  $V$ , так и в терминах базиса среды  $F$ ; прямым вычислением несложно проверить, что правило умножения кватернионных единиц *постулированное* Гамильтоном (и записанное в традиционном или векторном виде):

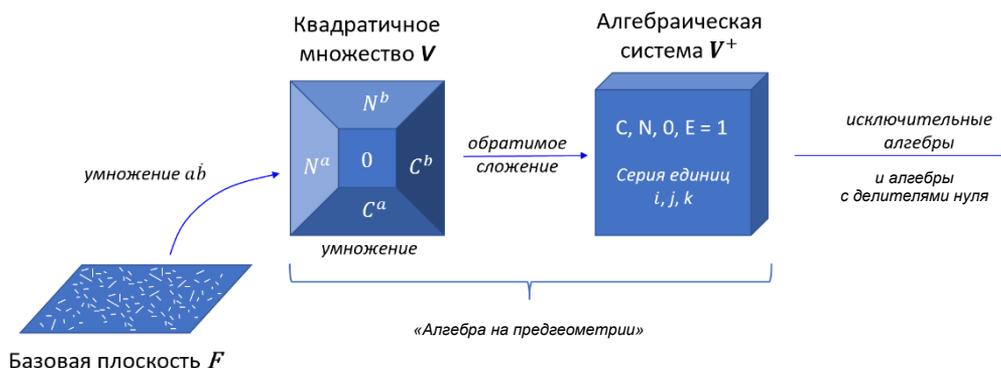
$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1, \quad q_k q_j = -\delta_{kj} + \varepsilon_{kjm} q_m, \tag{19}$$

в представлении (18) тождественно выполняется.

Наделение единиц (18) скалярными коэффициентами из множества  $\mathbf{R}$  формирует алгебру кватернионных чисел с двумя бинарными операциями – абелевым сложением и некоммутативным умножением, обладающими свойствами ассоциативности и взаимной дистрибутивности. Здесь заметим также, что алгебра бикватернионов – гиперкомплексных чисел, множители единиц которой принадлежат множеству комплексных чисел, – строится на том же базисе кватернионных чисел (18).

### Обсуждение и заключение

Общая схема примененного в данном исследовании метода построения алгебраических систем на базе некоторой субгеометрической среды представлена на рис. 3.



**Рис. 3. Примерная схема построения алгебраических систем, базирующихся на свойствах абстрактной среды одномерных случайным образом ориентированных субгеометрических объектов**

Кратко прокомментируем эту схему. Из множества лежащих в плоскости  $F$  одномерных объектов выделяется ортогональная пара стандартной «длины» – 2D-репер. Существенно (подчеркнем это еще раз), что плоскость  $F$  не принадлежит трехмерному физическому миру, а представляет собой идеальную модель некоторого абстрактного субгеометрического (или предгеометрического) пространства типа среды Уилера. Поэтому «длина» отрезков на плоскости также не является физической длиной<sup>1</sup>. Основой дальнейших процедур в данной схеме является 2D-репер. Прямые произведения его компонент дают четыре квадратичных элемента – 2 нильпотента, два идемпотента, для которых задается первая бинарная операция умножения (типа матричного). Анализ показывает, что построенное таким образом квадратичное множество  $V$  имеет делители нуля. Введение второй бинарной операции – обратимого сложения – преобразует группоид  $V$  в расширенную алгебраическую систему  $V^+$ , в которой, как простейшие структуры, естественно возникают единицы всех исключительных ассоциативных алгебр, а в сочетании с множеством  $\mathbf{R}$  генерируются алгебры вещественных, комплексных, дуальных, двойных и кватернионных чисел. В известном смысле этот факт демонстрирует возможность трактовки абстрактного пространства  $F$  как модели основания базиса фундаментальных математических конструкций. Более того, детальное изучение абстрактной предгеометрической поверхности показывает, что формализация процедуры построения в  $F$  стандартного 2D-репера

<sup>1</sup> Тем не менее наличие стандарта дает возможность измерения «длин» всех абстрактных отрезков, составляющих множество скалярных чисел  $\mathbf{R}_{\geq 0}$ ; в дальнейшем при введении обратимого сложения это множество расширяется до  $\mathbf{R}$  и используется для формирования алгебр.

(именно построения, а не выбора) в совокупности с введением параметра абстрактной «длительности» имеет своим результатом дифференциальное «уравнение стабильности» элемента такой поверхности; это уравнение при надлежащем выборе физических единиц оказывается точным уравнением квантовой механики – уравнением Шредингера [4; 5] или уравнением Паули [6]. Таким образом, понятие предгеометрии и его математическое воплощение – абстрактное множество  $F$  – с высокой степенью вероятности можно считать одним из успешных вариантов модели основания и теоретической физики.

### Литература

1. *Wigner E. P.* The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences. Richard Courant lecture in mathematical sciences delivered at New York University, May 11, 1959 // *Communications on Pure and Applied Mathematics*. 1960. 13 (1). P. 1–14.
2. *Blokhintsev D. I.* Quantum Mechanics. 1 ed. Dordrecht, Holland: D. Riedel Publ. Co., 1964.
3. *Wheeler J. A.* Pregeometry: motivations and prospects // *Quantum theory and gravitation* / ed. by A. R. Marlov. New York: Academic Press, 1980. P. 1–11.
4. *Yefremov A. P.* The general theory of particle mechanics. A special course. Newcastle, UK: Cambridge Scholar Publ., 2019.
5. *Yefremov A. P.* “General theory of particle mechanics” arising from a fractal surface // *Gravitation and Cosmology*. 2015. Vol. 21 (1). P. 19–27. DOI: 10.1134/S0202289315010144
6. *Yefremov A. P.* The Fractal Structure of Space Entails Origin of Pauli’s Equation // *Gravitation and Cosmology*. 2019. Vol. 25 (4). P. 305–309. DOI: 10.1134/S0202289319040157.

## HYPERCOMPLEX ALGEBRAIC STRUCTURES ORIGINATING ON A SET OF ONE-DIMENSIONAL ELEMENTS

Alexander P. Yefremov

*Institute of Gravitation and Cosmology*

*RUDN University*

*6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation*

**Abstract.** A series of hypercomplex numerical sets having a compositional structure is shown to arise in an abstract environment consisting of randomly oriented 1D geometric objects. We focus on the series’ core set which is represented by a groupoid-type algebraic system with one binary operation, associative multiplication, admitting zero-dividers but having no unity; an original Cayley-type table for this set is given. Introduction of the operation of reversible addition extends the set to algebras of real, complex and hypercomplex numbers with units built of the initial simple elements. It is demonstrated that this fundamental mathematics is tightly linked with the origin of the basic equation of quantum physics.

**Keywords:** algebraic system, binary operation, Cayley table, hypercomplex numbers

DOI: 10.22363/2224-7580-2024-2-19-34  
EDN: ZCAVEY

## ВТОРАЯ РЕВОЛЮЦИЯ В МАТЕМАТИКЕ?

С.Я. Серовайский

*Казахский национальный университет имени аль-Фараби  
Казахстан, 050040, Алматы, пр-т аль-Фараби, 71*

**Аннотация.** В статье обсуждается становление и развитие теории категорий, одного из наиболее глубоких направлений современной математики. Описываются истоки этой теории, связанные с алгебраической геометрией и алгебраической топологией. Анализируется три этапа ее развития: от средства для описания частных математических теорий и связей между ними к самодостаточному направлению, независимому от теоретико-множественного аппарата, и далее – к разработке новых оснований математики.

**Ключевые слова:** категории, функторы, множества, основания математики.

Математик – это тот, кто умеет находить аналогии между утверждениями; лучше математик – тот, кто может увидеть аналогии между доказательствами; самый лучший математик – тот, кто замечает аналогии между теориями; но можно представить себе и такого, кто между аналогиями видит аналогии.

*Стефан Банах*

В 1961 г. один из наиболее авторитетных математиков середины XX в. Жан Дьёдонне, выступил с беспрецедентным заявлением. В частности, он сказал: *«Возможно, сейчас математика стоит на пороге второй революции... оценивать область применения и все последствия которой еще рано».*

Под первой революцией определенно подразумевалась теория множеств, радикально преобразившая всю математику. Действительно, в настоящее время все разделы математики прямо или косвенно восходят к теории множеств. Но что же такое могло показаться ему второй революцией? Речь шла несомненно о теории категорий, появившейся незадолго до этого.

С тех пор минуло уже более полувека. А признаков революции, сколько-нибудь сопоставимой с теми тектоническими сдвигами, которые произошли в математике под влиянием теории множеств, как будто не просматривается. Складывается впечатление, что Дьёдонне несколько поторопился со своим прогнозом.

Однако что-то всё-таки произошло. И это что-то напрямую восходит к двум достаточно близким разделам математики – геометрии и топологии.

## 1. Предыстория. Геометрия

Геометрия – одна из древнейших математических наук, связанная с изучением различных пространственных объектов. Долгое время геометрические конструкции рассматривались лишь сами по себе вне связи с другими разделами математики. И лишь в середине XVII в., после основополагающих работ Пьера Ферма и Рене Декарта, стало ясно, что геометрические объекты можно описать аналитически, а сама геометрия связана напрямую с остальной математикой.

К примеру, окружность единичного радиуса характеризуется точками на плоскости с координатами  $x, y$ , удовлетворяющими равенству  $x^2 + y^2 - 1 = 0$ , а формула  $y^2 - x^3 + x = 0$  определяет геометрический объект, называемый *эллиптической кривой*. Выражения, стоящие в левой части приведенных равенств, представляют собой сумму каких-то степеней переменных  $x, y$ , взятых с некоторыми числовыми коэффициентами, и называются *многочленами*. В данном случае мы имеем дело с многочленами от двух переменных второго порядка для окружности и третьего – для эллиптической кривой. Порядок многочлена – это максимальная степень входящих в него переменных.

Рассмотрим для простоты многочлен от одной переменной. В частности, многочлен  $n$ -го порядка имеет вид

$$p_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n,$$

где  $a_i$  – некоторые числа,  $i = 0, \dots, n$ . Если многочлен приравнять нулю, то в результате получается равенство, которое можно интерпретировать как уравнение относительно неизвестной величины  $x$ , которое называется *алгебраическим уравнением  $n$ -го порядка*. Поскольку старший коэффициент  $a_n$  отличен от нуля (иначе получим уравнение более низкого порядка), на него можно разделить, получив коэффициент перед  $x^n$ , равный единице. Таким образом, общее алгебраическое уравнение имеет вид

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + x^n = 0.$$

Алгебраические уравнения изначально и составляли предмет алгебры. Центральным результатом здесь является *основная теорема алгебры*, доказанная в полном объеме в 1814 г. Жаном Арганом и независимо в 1816 г. Карлом Фридрихом Гауссом. Согласно этому результату, любое алгебраическое уравнение  $n$ -го порядка имеет решение, являющееся, вообще говоря, комплексным числом. Легко установить, что имеется ровно  $n$  таких решений.

Со временем оказалось, что основным предметом изучения алгебры являются все-таки не уравнения, а объекты, над элементами которых можно выполнять некоторые операции – сложение, умножение и т.п. Рассмотрим, к примеру, множество целых чисел  $\mathbf{Z}$ . Отметим, что сумма  $x + y$  любых двух целых чисел сама является целым числом. Это означает, что на множестве  $\mathbf{Z}$  определена операция сложения  $+$ . Характерно, что операция эта удовлетворяет равенствам  $x + y = y + x$  и  $(x + y) + z = x + (y + z)$  для всех целых чисел  $x,$

$y, z$ . Эти свойства называются, соответственно, коммутативностью и ассоциативностью. Особую роль здесь играет число  $0$ , сумма которого с любым целым числом дает это число. Наконец, для любого целого числа  $x$  существует такое число  $-x$ , что их сумма дает число  $0$ . Указанный набор свойств означает, что множество целых чисел с операцией сложения является *группой*, а точнее, коммутативной группой, поскольку для определения группы общего вида требование коммутативности не обязательно.

Однако на множестве  $\mathbf{Z}$  можно еще определить операцию умножения. Это означает, что произведение  $x \cdot y$  любых двух целых чисел само является целым числом. При этом выполнены следующие равенства:  $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$  (ассоциативность умножения) и  $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$  (дистрибутивность) для всех чисел  $x, y, z$ . Наличие всех вышеуказанных свойств означает, что множество  $\mathbf{Z}$  с операциями сложения и умножения представляет собой *кольцо*.

Группы и кольца являются непосредственными объектами исследования современной алгебры. При этом чрезвычайно важно, что указанные свойства выполняются не только для чисел. В частности, можно рассмотреть семейство всевозможных многочленов произвольного порядка от одного или нескольких переменных с действительными или комплексными коэффициентами. Очевидно, в результате сложения и умножения таких многочленов непременно получаются многочлены того же числа переменных, причем выполняются все отмеченные ранее свойства. Следовательно, многочлены также образуют кольцо и также оказываются алгебраическими объектами типа чисел.

Отметим, что, согласно основной теореме алгебры, каждое алгебраическое уравнение, определяемое некоторым многочленом, имеет решения, соответствующие точкам на комплексной плоскости. Тем самым алгебраическому объекту (многочлену) однозначно сопоставляется набор точек, то есть объект геометрический. Возникает вопрос, что произойдет, если мы будем рассматривать не один, а несколько многочленов многих переменных? Им будет соответствовать уже система алгебраических уравнений. Множество решений такой системы представляет собой геометрический объект, называемый *алгебраическим многообразием*. Рассмотренные выше окружность, эллиптическая кривая и набор точек, являющихся решением алгебраического уравнения, оказываются таким образом примерами алгебраических многообразий. Поэтому поставленный вопрос касается связи между кольцом многочленов и алгебраическими многообразиями.

Решающий шаг в этом направлении сделал Давид Гильберт, возможно, последний из математиков, который был, безусловно, великим. Он успешно работал практически во всех направлениях математики. И не только математики. Дело здесь даже не в том, что гильбертовы пространства являются мощным инструментом, широко используемым в квантовой механике и не только там. В ноябре 1915 г. Гильберт практически одновременно с Эйнштейном и независимо от него вывел основные уравнения общей теории относительности.

Но прежде чем формулировать интересующий нас результат Гильберта, доказанный им в 1893 г. и называемый *теоремой о нулях*, определим одно из важнейших понятий теории колец, введенное в 1874 г. Рихардом Дедекиндом. Подмножество  $I$  кольца  $X$  называется *идеалом*, если произведение любого элемента из  $I$  на произвольный элемент кольца принадлежит множеству  $I$  (мы рассматриваем лишь коммутативные кольца). К примеру, идеалом кольца целых чисел является множество всех четных чисел (включая отрицательные), а идеалом кольца многочленов от переменной  $x$  является множество всех многочленов вида  $q(x)p(x)$ , где  $q(x)$  – некоторый фиксированный, а  $p(x)$  – произвольный многочлен данного кольца.

Согласно теореме Гильберта о нулях, если  $I$  является идеалом кольца многочленов от переменных  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , отличным от самого кольца (здесь стоит добавить – над алгебраически замкнутым полем, но мы не будем вдаваться в такие подробности), то существуют такие значения  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , что справедливо равенство  $p(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$  для любого многочлена  $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$  из данного идеала. Это говорит о том, что система алгебраических уравнений, определяемая всеми многочленами идеала, имеет решение. Совокупность всех таких решений образует алгебраическое многообразие в  $n$ -мерном пространстве переменных  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Применительно к определенному выше идеалу кольца многочленов одной переменной это означает, что существует такое число  $x$ , которое удовлетворяет равенству  $q(x)p(x) = 0$  для любого многочлена  $p(x)$ , а значит, алгебраическое уравнение  $q(x) = 0$  имеет решение. Полученный результат фактически соответствует основной теореме алгебры.

Итак, теорема о нулях является обобщением основной алгебры и устанавливает связь между алгебраическим многообразием (геометрическим объектом) и идеалом кольца многочленов (алгебраическим объектом) в достаточно общем виде. Это утверждение в значительной степени определило ход развития *алгебраической геометрии*, занимающейся исследованием всевозможных алгебраических многообразий. Вот только как строго математически описать указанную связь? Именно необходимость корректного использования результатов одного математического направления (алгебры) для исследования объектов другого математического направления (геометрии) предопределила появление теории категорий. Однако непосредственный толчок к разработке этой теории дала не алгебраическая геометрия, а алгебраическая топология.

## 2. Предыстория. Топология

В отличие от алгебры, а тем более геометрии, топология является сравнительно молодым направлением. Зародившись в недрах геометрии во второй половине XIX в., она сформировалась как самостоятельный раздел математики лишь в начале XX в. Предметом топологии было исследование качественных свойств геометрических объектов, не зависящих от их размеров. Тем самым такие характеристики, как длины или углы, а также площади или объемы, во внимание здесь вообще не принимаются.

Смена ориентиров потребовала разработки нового математического аппарата, нехарактерного для обычных задач геометрии. Определяющую роль здесь играли непрерывные преобразования. В частности, считается, что те объекты, которые можно преобразовать один в другой с помощью непрерывного преобразования, обладают одинаковыми топологическими свойствами. Если же такое преобразование принципиально невозможно, то рассматриваемые объекты с точки зрения топологии чем-то различаются.

Почти одновременно возникли два взгляда на данную проблему, приведших к появлению двух ведущих направлений – общей и алгебраической топологии. *Общая топология* существенным образом опиралась на теорию множеств, причем основой здесь является понятие топологического пространства. Согласно определению, данному Феликсом Хаусдорфом в 1914 г., *топологическим пространством* называется такое множество с выделенным семейством его подмножеств  $\tau$ , что само это множество и пустое множество входят в состав  $\tau$ , причем пересечение любых двух и объединение произвольного набора подмножеств  $\tau$  принадлежат этому семейству. Отсюда выводятся определения непрерывного преобразования, предела и др., что позволило не только решить значительное количество чисто топологических проблем, но и стало основой функционального анализа.

*Алгебраическая топология* пошла по другому пути. Определяющую роль здесь сыграл **Анри Пуанкаре**. Следует отметить, что Гильберт стал крупнейшим авторитетом в математическом мире лишь после смерти Пуанкаре. И если Гильберта иногда называют последним безоговорочно великим математиком, то предпоследним был, безусловно, Пуанкаре. Он также работал практически во всех разделах математики и всюду добивался выдающихся результатов. И если Гильберт внес существенный вклад в разработку общей теории относительности, то Пуанкаре по праву считается одним из основоположников специальной теории относительности. Любопытно, что тот результат, о котором пойдет речь ниже, был получен Пуанкаре в 1894 г., то есть ровно через год после того, как Гильберт доказал теорему о нулях. Однако, прежде чем говорить о результатах Пуанкаре, стоит перенестись на несколько десятилетий назад.

В 1872 г. 23-летний Феликс Клейн, вступая в должность профессора маленького немецкого городка Эрланген, выступил с докладом, вошедшим в историю математики под названием *Эрлангенская программа*. К тому времени геометрия фактически разделилась на некоторое количество практически независимых разделов: евклидова, риманова, Лобачевского, аффинная, проективная и др., каждый из которых обладал своими специфическими особенностями. Клейн предположил, что каждой из этих геометрий соответствует свой тип преобразований, сохраняющих важнейшие свойства именно этой геометрии.

Рассмотрим в качестве примера плоскость и какие-то фигуры на ней. Очевидно, если мы переместим эти фигуры из одной части плоскости в другую, выполнив соответствующий сдвиг, то все фигуры останутся практически такими же, какими они и были изначально. Треугольник так и будет

треугольником, круг – кругом, трапеция – трапецией. Более того, все длины и углы при этом также не изменятся. Аналогичная ситуация наблюдается, если выполнить поворот фигуры на произвольный угол вокруг некоторой точки. Сдвиги и повороты представляют собой преобразования, называемые *движениями*. Если мы теперь выполним сначала одно движение (неважно какое именно), а потом другое, то свойства рассматриваемых геометрических объектов также не изменятся. Тем самым последовательное выполнение, то есть суперпозиция двух движений обязательно сама окажется движением. Таким образом, на множестве всевозможных движений на плоскости (сдвигов, поворотов и их комбинаций) определена операция суперпозиции, являющаяся в некотором смысле аналогом сложения целых чисел. Характерно, что данная операция является ассоциативной, а аналогом нуля для сложения чисел (в алгебре используется термин «единица») оказывается тождественное преобразование, вообще ничего не меняющее. Наконец, каждому движению соответствует обратное преобразование, возвращающее фигуру в исходное положение (аналог противоположного целого числа). Тем самым множество всевозможных движений с операцией суперпозиции образует группу. Так вот, согласно Клейну, евклидову пространству соответствует группа движений в том смысле, что здесь изучаются те и только те свойства геометрических объектов, которые не меняются в процессе движения. Другим типам геометрии (аффинной, проективной и др.) соответствуют группы преобразований другого типа. Отсюда открывался прямой путь к исследованию топологических свойств, которые не должны меняться при непрерывных преобразованиях.

Так что же сделал Пуанкаре? Мы ограничимся рассмотрением маленького частного случая, соответствующего фигурам на плоскости  $R^2$ , то есть нас будут интересовать свойства плоских фигур с топологической точки зрения. Попробуем снова работать с преобразованиями. Выше мы говорили о сдвигах и поворотах. Очевидно, сдвиги соответствуют прямолинейному движению, а повороты – движению по дуге окружности. Однако для выявления топологических свойств требуется существенно более широкий класс преобразований, а именно непрерывных. Непрерывная кривая на плоскости может иметь чрезвычайно сложный вид, в связи с чем не совсем понятно, что следует понимать под суперпозицией таких преобразований. Для упрощения ситуации будем полагать, что начальная и конечная точки кривой совпадают.

Выделяем на плоскости некоторую точку  $x_0$ . Определим непрерывную кривую, которая начинается и заканчивается в этой точке, то есть своего рода петлю. Легко определить суперпозицию двух подобных петель: для этого следует двигаться сначала по первой кривой, а потом (после возвращения в точку  $x_0$ ) – по второй. В результате вновь появляется непрерывная кривая, которая также начинается и заканчивается в точке  $x_0$ , то есть петля такой же природы. Тем самым такая суперпозиция оказывается операцией на множестве подобных петель. Очевидно, мы получаем группу, причем в качестве единицы (аналога нуля в рассмотренной группе целых чисел) выбирается тривиальная

петля  $e$  (мы вообще не выходим из точки  $x_0$ ), а в качестве обратного преобразования к некоторому движению указанного типа – движение по той же самой петле, но лишь в обратном направлении.

Рассмотрим теперь некоторую область  $X$  на плоскости, топологические свойства которой нас интересуют. Отметим, что если выполнить некоторую деформацию какой-либо петли, то фактически мало что изменится. В этой связи будем говорить, что две петли указанного типа *эквивалентны*, если одну из них можно непрерывно преобразовать в другую, оставаясь непременно в области  $X$  (рис. 1). В результате всё множество таких петель разбивается на классы, каждый из которых представлен исключительно эквивалентными между собой петлями. Тогда каждой петле  $p$  ставится совокупность  $[p]$  всех эквивалентных ей петель. Множество всевозможных таких классов  $[p]$  обозначается через  $\pi_1(X, x_0)$  (подобные объекты называются *фактор-множествами*). Если это множество не зависит от выбора точки  $x_0$ , то используется упрощенная запись  $\pi_1(X)$ .

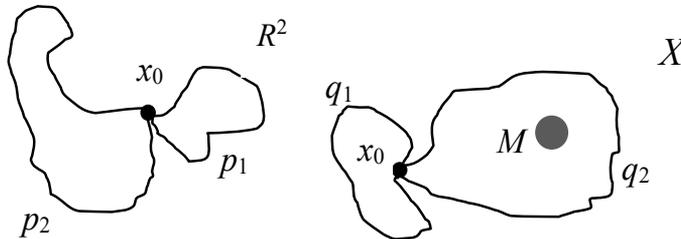


Рис. 1. Петли  $p_1$  и  $p_2$  эквивалентны, а петли  $q_1$  и  $q_2$  не эквивалентны

На множестве  $\pi_1(X, x_0)$  определяем операцию  $*$ , понимая под  $[p]*[q]$  совокупность всех петель указанного класса, эквивалентных суперпозиции петель  $p$  и  $q$ . Очевидно, результат не зависит от выбора конкретных петель из соответствующих классов эквивалентности. Нетрудно убедиться, что множество  $\pi_1(X, x_0)$  с указанной операцией также образует группу (группы такого типа называются *фактор-группами*), которая называется *фундаментальной группой  $X$* . Именно это понятие, только для несравненно более общего случая ввел Пуанкаре и, что самое главное, предложил использовать его для исследования топологических свойств различных объектов.

Определим, к примеру, фундаментальную группу самой плоскости. Поскольку все ее точки равноправны, ее фундаментальная группа не зависит от выбора  $x_0$ . Очевидно, любую петлю на  $R^2$  можно непрерывно стянуть в саму точку  $x_0$ , а значит, любая петля оказывается эквивалентной тривиальной петле  $e$ . Тогда любые две петли  $p_1$  и  $p_2$  на плоскости оказываются эквивалентными между собой (см. рис. 1). Тем самым фундаментальная группа плоскости  $\pi_1(R^2)$  состоит из единственного элемента  $[e]$ .

Рассмотрим теперь область  $X$ , получаемую из плоскости путем вырезания некоторой ее части  $M$  (см. рис. 1), и петли, связанные с произвольной ее точкой  $x_0$ . Очевидно, петлю  $q_1$  можно непрерывно стянуть в эту точку, а значит, она эквивалентна тривиальной петле. Однако петлю  $q_2$ , обходящую

вокруг вырезанной области  $M$ , уже невозможно стянуть в  $x_0$ , оставаясь в пределах  $X$  (вырезанная область препятствует движению). Следовательно, петли  $q_1$  и  $q_2$  не эквивалентны, а значит, им соответствуют разные элементы соответствующей фундаментальной группы. Отметим, что петлю, которая отличается от  $q_2$  лишь направлением движения (например, обходящую область  $M$  не по часовой стрелке, а против нее), нельзя непрерывно преобразовать в  $q_2$  (для выполнения такого преобразования пришлось бы выйти в третье измерение за пределы плоскости), а значит, мы получаем новый элемент фундаментальной группы. Далее, петля, обходящая  $M$  дважды, не может быть непрерывно преобразована в петлю, обходящую препятствие один раз. Продолжая этот процесс, заключаем что фундаментальная группа  $\pi_1(X)$  содержит бесконечное множество элементов. К ним относится, прежде всего, класс петель, стягиваемых в точку подобно  $q_1$ , которые ни разу не обходят  $M$ . Он будет единичным элементом группы, аналогичным нулю для группы целых чисел со сложением, вследствие чего ему можно поставить в соответствие число 0. Кроме того, для любого натурального числа  $n$  имеется класс петель, обходящих  $n$  раз область  $M$  по часовой стрелке, и класс петель, обходящих эту область  $n$  раз против часовой стрелки. Таким элементам фундаментальной группы можно сопоставить числа  $n$  и  $-n$ . В результате оказывается, что фундаментальная группа области  $X$  устроена практически так же, как и определенная ранее группа целых чисел с операцией сложения (эти группы *изоморфны*): определенной выше операции (\*) над элементами множества  $\pi_1(X)$  соответствует сложение соответствующих целых чисел.

Нетрудно убедиться, что множества, полученные при вырезании из плоскости двух, трех и т.д. отдельных областей, отличающиеся по топологическим свойствам от рассмотренных выше множеств, а также между собой, будут различаться и по своим фундаментальным группам. Итак, по мысли Пуанкаре, топологические пространства можно различать по соответствующим им фундаментальным группам, то есть алгебраическим объектам. Эти идеи лежат в основе алгебраической топологии.

### 3. Теория категорий как язык математики

В обоих рассмотренных направлениях реализовывалась одна и та же идея – исследование объектов одной природы (относящиеся к геометрии алгебраические многообразия и изучаемые с топологической точки зрения плоские множества) сводится к рассмотрению объектов качественно иной природы (кольцо многочленов и фундаментальные группы, относящиеся к алгебре). Естественно задаться вопросом, а что же стоит за этими переходами, коль скоро они обеспечивают использование информации, получаемой в рамках одной предметной области (в данном случае – алгебры), для анализа объектов, лежащих как будто далеко за ее пределами? Какова, к примеру, природа преобразования  $\pi_1$ , сопоставляющего топологическому пространству  $X$  группу  $\pi_1(X)$ ?

В процессе развития алгебраической топологии были установлены и другие алгебраические способы классификации топологических пространств

(действительно, если есть  $\pi_1$ , то должны по крайней мере существовать какие-то преобразования  $\pi_2$ ,  $\pi_3$  и т.д.). И это было крайне удивительно, поскольку алгебра в большей степени связана с дискретными объектами типа множества целых чисел, в то время как топология работает с непрерывностью. Алгебраический аппарат достаточно хорошо развит (что и не удивительно, если вспомнить, что алгебра много старше топологии), в то время как в топологии оставалась масса нерешенных проблем. Возникла острая необходимость в разработке специального аппарата для строгого описания связей между алгебраическими и топологическими объектами.

В 1942 г. появилась статья американских математиков Самуэля Эйленберга и Сандерса Маклейна, где было введено понятие *функтора*, которое и реализует искомые связи. Однако при этом встал естественный вопрос, откуда и куда конкретно действует это преобразование? Для получения корректных результатов на область определения и область значений функтора должны быть наложены некоторые ограничения. Так появилось понятие категории, определенное Эйленбергом и Маклейном в 1945 г. От этого результата и принято отсчитывать историю теории категорий.

Так что же такое *категория*? Она характеризуется *объектами* и *морфизмами*, про которые известно лишь то, что любой морфизм связан с двумя объектами, один из которых называется его началом, а второй – концом, причем выполнены три дополнительных условия, о которых будет сказано ниже. Для прояснения ситуации можно представить категорию в виде ориентированного *графа*, вершинами которого являются объекты, а путями от одного объекта к другому – морфизмы (рис. 2). В частности, изображенная на рис. 2 категория  $\Gamma$  включает в себя объекты  $X, Y, Z, V$  и морфизмы  $A, B, C$ , связанные с соответствующими объектами.

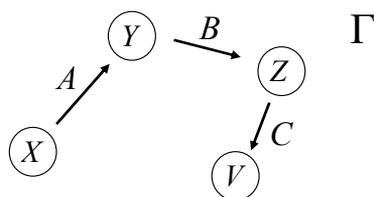


Рис. 2. Представление категории в виде графа

Три вполне естественных дополнительных требования, предъявляемых к произвольной категории, состоят в следующем. Если конец одного морфизма совпадает с началом второго морфизма (например, концом морфизма  $A$  и началом морфизма  $B$  на рис. 2 является объект  $Y$ ), то определен морфизм из начала первого морфизма в конец второго морфизма, называемый их композицией. В частности, если у нас есть путь от вершины графа  $X$  к вершине  $Y$ , а также путь от  $Y$  к  $Z$ , то имеется возможность попасть из  $X$  в  $Z$  (вспоминаем суперпозицию движений на плоскости и петель при определении фундаментальной группы). Далее (по аналогии с операцией на группе), композиция морфизмов ассоциативна. Так, на рис. 2 от объекта  $X$  к объекту  $V$

можно попасть, либо переходя от  $X$  к  $Z$  с помощью композиции морфизмов  $A$  и  $B$ , а уже потом по пути  $C$  попадая в  $V$ , либо по пути  $A$  перейти к объекту  $Y$ , а потом прийти в  $V$  с помощью композиции морфизмов  $B$  и  $C$ . Ассоциативность означает, что результат будет один и тот же. Наконец, каждому объекту сопоставляется единичный морфизм с началом и концом в этом объекте (вспоминаем петли при определении фундаментальной группы), композиция которого с любым морфизмом дает последний (аналогия с числом нуль, тождественным преобразованием группы движений и тривиальной петлей  $e$ ). Следует отметить, что композиция морфизмов, вообще говоря, не соответствует группе, поскольку отсутствует требование существования обратного морфизма. Более того, какие-то объекты могут быть вообще не связанными морфизмами, так что композиция даже не является операцией над объектами.

Практически сразу выяснилось, что категории присутствуют в математике повсеместно. Так, всевозможные топологические пространства оказываются объектами категории, где в качестве морфизмов выступают непрерывные преобразования. Всевозможные множества и действующие на них операторы являются объектами и морфизмами категории множеств. Группы являются объектами категории, где морфизмами являются так называемые гомоморфизмы: они переводят результат операции, единицу и обратный элемент первой группы в результат операции, единицу и обратный элемент второй группы соответственно. Векторные пространства (их элементы можно складывать и умножать на скаляры) образуют категорию с линейными операторами в качестве морфизмов. Упорядоченные объекты (множества, элементы которых можно в некотором смысле ранжировать, например, числа – по возрастанию или убыванию, фигуры на плоскости – по размерам их площади, людей – по возрасту и т.п.) являются объектами категории, в которой роль морфизмов играют монотонные преобразования.

Более того, категории обнаружались и за пределами математики. Так, источники информации (книги или сайты в Интернете) являются объектами категории, в которой роль морфизмов играют ссылки от одного источника к другому. Тексты на различных языках можно интерпретировать как объекты категории, в качестве морфизмов которой выступают словари или программы компьютерного перевода. Состояния некоторой системы (физической, биологической, экономической и др.) можно считать объектами категории, морфизмами которой оказываются процессы перехода от одного состояния к другому.

Оказалось, что многие конструкции, возникающие в разных разделах математики, в действительности являются частными случаями каких-то общих конструкций теории категорий. Так, изображенная на рис. 1 часть плоскости  $X$  является подмножеством этой плоскости. Если же мы исследуем топологические свойства множества  $X$ , то его уже следует понимать, как топологическое подпространство плоскости. Множество всех четных чисел (включая отрицательные) образует подгруппу группы целых чисел с операцией сложения. Идеал кольца является его подкольцом. Всё это и многое другое (векторные подпространства, упорядоченные подмножества и т.п.) относится

к подобъектам различных конкретных категорий. Вместе с тем при определении фундаментальной группы мы определяли фактор-множество множества петель, а при наделении этого фактор-множества соответствующей операцией получалась фактор-группа группы петель. Они, а также многое другое (фактор-кольца, фактор-алгебры, фактор-пространства и др.) являются частными случаями фактор-объектов категории. Так вот, зная общее понятие подобъекта категории и выбирая конкретную категорию, можно автоматически получить подмножество, подгруппу, векторное или топологическое подпространство и т.д. Аналогично, имея конструкцию фактор-объекта и конкретизируя категорию, мы определяем фактор-группу, фактор-кольцо, фактор-пространство и др.

А теперь уже можно дать полное описание понятия функтора, которое и предопределило появление теории категорий. *Функтором*, действующим из одной категории в другую, называется такое преобразование, которое переводит объекты первой категории в объекты второй категории, а также морфизмы в морфизмы, единичные морфизмы в единичные морфизмы, а композицию морфизмов в композицию морфизмов. Тем самым функторы сохраняют общую структуру категории. В частности, из теоремы о нулях следует эквивалентность категории алгебраических многообразий и некоторой алгебраической категории, что означает переход функтора из первой категории во вторую, который обратим, то есть имеется возможность вернуться из второй категории назад в первую с помощью некоторого функтора, являющегося обратным к первому. Аналогично построение фундаментальной группы топологического пространства соответствует функтору  $\pi_1$  из категории топологических пространств в категорию групп. И если собственно категории предоставляют возможность унифицировать построение частных математических теорий (теорий групп, колец, топологических пространств, упорядоченных множеств и др.), то функторы позволяют объединить эти теории в единую информационную сеть.

Таким образом, теория категорий в некотором смысле является языком общения внутри математики, а в определенной степени и за ее пределами. В частности, в настоящее время ширится применение теории категорий в информатике, логике и физике. Однако всё это было лишь началом...

#### 4. Категория как самодостаточное понятие

Для Эйленберга, Маклейна и их ближайших последователей теория категорий являлась чрезвычайно удобным языком для проведения тех или иных исследований. При этом заранее предполагалось, что уже имеются множества, наделенные какой-то структурой – операциями, порядком, метрикой (расстоянием между точками), мерой (количественной характеристикой, выражающей размер объекта типа длины, площади или объема, а для физического объекта – энергии, массы и т.п.) и др. Они объявляются объектами соответствующей категории, а морфизмами здесь выступают такие преобразования, которые эту структуру сохраняют (не меняют

расположение элементов по порядку, расстояние между точками, размер объектов и т.п.). Тем самым конкретная категория оказывалась вторичной по сравнению с теорией, которую она описывает. К примеру, категория групп была определена значительно позднее понятия группы. Функторы же просто обеспечивают корректный переход от одной подобной теории к другой... Однако со временем взгляды на ситуацию изменились.

По мере развития алгебраической топологии открывались всё новые и новые алгебраические объекты, которые сопоставлялись топологическим пространствам и были выбраны за основу классификации топологических свойств. Они обладали некоторыми специфическими особенностями, поэтому вскоре обрел относительную самостоятельность специальный раздел алгебры под названием *гомологическая алгебра*. Его предметом было изучение свойств алгебраических объектов, возникающих в задачах алгебраической топологии. Одним из лидеров этого направления стал выдающийся французский математик Александр Гротендик.

В 1957 г. Гротендик вводит понятие абелевой категории, специального класса категорий, которое он затем применяет для решения фундаментальных проблем гомологической алгебры. Новаторство Гротендика здесь состояло в следующем. Ранее считалось, что уже имеется какой-то математический объект типа группы, кольца и т.п., определенный стандартным образом как множество, наделенное некоторой структурой, а уже потом по нему восстанавливается соответствующая категория. Гротендик же изначально вводил новые понятия средствами теории категорий, а уже потом при необходимости соответствующим объектам и морфизмам можно было придать обычную теоретико-множественную форму. Тем самым категория перестала зависеть от теории множеств и превратилась в самодостаточное понятие. Поясним эту ситуацию на конкретных примерах.

Ранее было дано стандартное определение группы как множества, на котором определена ассоциативная операция (например, сложение чисел), причем там существует единичный элемент (аналог нуля на множестве целых чисел со сложением), а каждый элемент множества обратим (существует обратный элемент, который в композиции с данным элементом дает единичный). Средствами теории категорий можно дать альтернативное определение: *группа* – это категория, состоящая из единственного объекта, в которой каждый морфизм обратим (существует обратный морфизм, который в композиции с данным морфизмом дает единичный). Отсюда в качестве следствия можно вывести стандартное определение, выбирая в качестве элементов основного множества морфизмы категории, а в качестве операции – композицию морфизмов. Однако можно и не выполнять такой переход, а проводить исследование группы непосредственно средствами теории категорий.

Еще один пример связан с множествами, наделенными порядком. Так, числа можно расположить по порядку с помощью отношения «меньше». Отметим при этом следующее характерное свойство, называемое транзитивностью: если число  $x$  меньше  $y$ , а  $y$  меньше  $z$ , то  $x$  меньше  $z$ . В принципе мы можем сравнивать любые два числа, а значит, не исключен вариант

их равенства. В этой связи предпочтительнее оказалось использование отношения «меньше или равно», обозначаемое через  $\leq$ . Тогда всегда будет выполнено условие  $x \leq x$ , называемое рефлексивностью. Самый простой класс множеств, наделенных порядком, предполагает наличие на нем отношения типа  $\leq$ , которое является транзитивным и рефлексивным. Это соответствует стандартному определению *предупорядоченного множества*. А в рамках теории категорий дается такое определение: предупорядоченным множеством называется категория, в которой любые два объекта могут быть связаны не более чем одним морфизмом. И вновь имеется возможность вывести отсюда теоретико-множественное определение. Для этого достаточно в качестве элементов множества выбрать все объекты данной категории и считать, что условие  $x \leq y$  выполнено исключительно в том случае, когда существует морфизм из объекта  $x$  в объекту.

Вооружившись подобными идеями, Гротендик обратился к алгебраической геометрии. В частности, он дал существенное обобщение алгебраических многообразий за счет перехода от кольца многочленов к кольцам достаточно общего вида. Эти результаты в значительной степени определили дальнейший ход развития алгебраической геометрии и были свидетельством серьезных успехов теории категорий. Однако вскоре выяснилось, что теория категорий дает нечто большее.

## 5. Категории как основа математики

В работах Гротендика и его последователей категория выступает как самостоятельный объект, с помощью которого можно вводить различные математические понятия, не обращаясь к теории множеств. Это позволило существенным образом продвинуть вперед алгебраическую геометрию, алгебраическую топологию и гомологическую алгебру. Однако в основаниях математики по-прежнему находилась математическая логика, построенная на теоретико-множественной основе. Напрашивался естественный вопрос: коль скоро теория категорий способна стать фундаментом для различных математических конструкций, то не может ли она заменить теорию множеств и в основаниях математики? Решающий шаг в этом направлении сделал американский математик Уильям Ловер.

Ловер высказал смелое предположение о том, что даже математическая логика и теория множеств могут быть изложены на базе теории категорий. В 1963 г. он взялся за разработку категорной логики. Действительно, уже известно, что имеется возможность изначально аксиоматически определить категорию групп, а потом, как следствие, получить определение группы как объекта этой категории. А почему бы тогда не попытаться ввести сначала категорию множеств, а уже потом в качестве следствия получить само понятие множества? И уже в 1964 г. Ловер предлагает соответствующую аксиоматику категории множеств. Однако следует здесь иметь в виду одно весьма существенное обстоятельство. Как известно, множество состоит из элементов, а значит, непременно обладает какой-то внутренней структурой. В то же

время объект категории понимается как единое целое и внутренней структурой не обладает. Следовательно, нужно подобрать такую категорную конструкцию, которая допускала бы нечто подобное.

И такая конструкция действительно нашлась. Незадолго до этого Гротендик, решая задачи алгебраической геометрии, вводит весьма специфический класс категорий, называемых *топосами*, которые обладали желаемыми свойствами. В 1970 г. Ловер совместно с Майлзом Тирни усовершенствует топос Гротендика. Объекты возникшей в результате категории в полной степени отражали свойства множеств. Тем самым разрабатываемая теория топосов обобщала теорию множеств, а средствами этой теории были получены различные аксиоматики теории множеств, включая интуиционистскую. Таким образом, основания математики получили теоретико-категорную основу.

В рамках новой концепции о каком-либо математическом понятии уже нельзя было говорить вне той категории, с позиций которой оно рассматривается. Оно должно непременно рассматриваться согласно законам этой категории. Однако в чем же принципиальное отличие между взглядами на систему с позиций теории множеств, состоящих из элементов, и теории категорий, состоящих из объектов и морфизмов?

В первом случае предметом изучения является множество, а во втором — объект. Множество обладает внутренней структурой, будучи составленным из элементов. Объект подобной структурой не обладает, а информацию о нем можно получить на основе входящих в него и выходящих из него морфизмов. В первом случае мы устанавливаем свойства системы, непосредственно исходя из свойств составляющих ее элементов.

Во втором случае система понимается как «черный ящик», а информация о ней получается на основе анализа ее отклика на воздействие извне. Есть основания полагать, что подобный взгляд оказывается применимым для существенно более широкого класса решаемых задач.

### Заключение

С момента появления теории категории минуло уже около восьмидесяти лет. За прошедшее время в этом направлении было получено немалое количество глубоких результатов. Ширится применение теории категории за пределами математики. Однако достаточно ли всего этого для того, чтобы можно было с уверенностью утверждать о состоявшейся революции в математике? Действительно, несмотря на всё, сказанное выше, математика в целом как будто не сильно изменилась. За прошедший период, кажется, не просматривается ничего такого, напоминающего те радикальные изменения, которые произошли в математике под влиянием теории множеств.

Реальность такова, что в настоящее время значительное количество действующих математиков даже и не подозревают о существовании теории категорий. А среди тех, кто о ней всё-таки слышал, немало тех, кто считает теорию категорий бесполезной игрушкой, не дающей практикующему математику решительно ничего серьезного. Действительно, какую реальную

помощь она может оказать человеку, работающему в одном из направлений теории вероятностей или вычислительной математики, дифференциальных уравнений или методов оптимизации? Речь, очевидно, не идет о специалистах в области алгебраической геометрии, алгебраической топологии или гомологической алгебры, где без аппарата теории категории трудно рассчитывать на получение чего-то сколько-нибудь серьезного. Но подавляющее большинство математиков с этими разделами математики в своей профессиональной деятельности не соприкасается.

Можно, конечно, указать сомневающимся на унифицирующую роль теории категории, позволяющей взглянуть с единых позиций на различные разделы математики. Однако большинство математиков фактически работают лишь в одном конкретном направлении и не испытывают острой потребности в обнаружении каких-то аналогий за пределами сферы своих научных интересов. На это можно было бы возразить, отметив возможность перестройки самих оснований математики, при которой вся теория множеств становится лишь одной из многих следствий теории категорий. На это специалист в области теории случайных процессов или теории игр, численных методов решения дифференциальных уравнений или оптимального управления системами с распределенными параметрами может ответить: а какое мне дело до того, что где-то там, далеко в глубинах математики, слово «множество» будет заменено на «катеорию»? Наконец, отчаянные скептики могут привести и такой поистине убийственный аргумент: если уж теория категорий столь хороша, то где же ее по-настоящему значимые достижения? Где те действительно знаковые результаты, которые были получены с ее помощью? И на самом деле, где?

Вспоминаем, какие выдающиеся достижения в математике были установлены за последние десятилетия, которые были бы на слуху не только у прямых специалистов, но и у людей, более или менее далеких от подобных проблем. Таких результатов, по-видимому, просматривается только два. Это – теорема Ферма, доказанная в 1994 г. Эндрю Уайлсом, и гипотеза Пуанкаре, обоснованная в 2003 г. Григорием Перельманом. Уж о них-то наслышаны даже люди, никак не связанные с математикой... Кстати, о чем там идет речь?

Согласно *теореме Ферма*, не существует таких натуральных чисел  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , для которых справедливо равенство  $x^n + y^n = z^n$ , где степень  $n$  больше двух. Однако что это, как не алгебраическое уравнение? А множество его решений, если таковые существуют, образует некоторое алгебраическое многообразие. Правда, решения этого уравнения ищутся среди натуральных чисел. Однако современная алгебраическая геометрия, базирующаяся, по крайней мере, со времен Гротендика на теории категорий, никак не ограничивается рассмотрением лишь действительных или комплексных чисел. Кстати, Уайлс и доказал теорему средствами именно этой самой алгебраической геометрии. Любопытно, что при этом использовался аппарат теории эллиптических функций, одна из которых упоминалась ранее.

А что же там было с *гипотезой Пуанкаре*? В ней говорится о том, что произвольный трехмерный объект, удовлетворяющий некоторым специфическим требованиям, обладает такими же в точности топологическими

свойствами, что и трехмерная сфера. Мы не будем здесь уточнять смысл всех этих требований. Однако одно из них весьма знаменательно – любая петля там может быть непрерывно стянута в точку. А это в точности то свойство, исследуемое средствами алгебраической топологии, о котором говорилось ранее, то самое свойство, которое в определенной степени и предопределило появление теории категорий.

Вот и получается, что оба знаковых математических результата последнего времени, о которых наслышаны далеко не одни профессионалы, так или иначе связаны с теорией категорий. Так, возможно, Дьёдонне был прав, и вторая революция в математике всё-таки произошла, а мы ее просто не заметили? Кто знает...

### Литература

1. *Bell J. L.* The Development of Categorical Logic. Handbook of Philosophical Logic. Vol. 12. Springer, 2005.
2. *Landry E. and Marquis J.-P.* Categories in Context: Historical, Foundational, and Philosophical // *Philosophia Mathematica*. 2005. Vol. 13, no. 1. P. 1–43.
3. Timeline of Category Theory and Related Mathematics. URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/timeline\\_of\\_category\\_theory\\_and\\_related\\_mathematics](https://en.wikipedia.org/wiki/timeline_of_category_theory_and_related_mathematics)
4. *Букур И., Деляну А.* Введение в теорию категорий и функторов. М.: Мир, 1972.
5. *Гельфанд С. И., Манин Ю. И.* Методы гомологической алгебры: в 2 т. М.: Наука, 1988.
6. *Голдблатт Р.* Топосы. Категорный анализ логики. М.: Мир, 1983.
7. *Дольд А.* Лекции по алгебраической топологии. М.: Мир, 1976.
8. *Серовайский С. Я.* История математики: Эволюция математических идей: в 3 кн. М.: URSS, 2019.
9. *Серовайский С. Я.* Математика: от теории множеств к теории категорий // *Метафизика*. 2022. № 1 (43). С. 29–33.
10. *Харрис Дж.* Алгебраическая геометрия. Начальный курс. М.: МЦНМО, 2005.

## THE SECOND REVOLUTION IN MATHEMATICS?

S.Ya. Serovaisky

*al-Farabi Kazakh National University  
71 al-Farabi Ave., Almaty, 050040, Kazakhstan*

**Abstract.** The formation and development of category theory, one of the most profound areas of modern mathematics, is discussed. The origins of this theory related to algebraic geometry and algebraic topology are described. Three stages of its development are analyzed: from a means for describing particular mathematical theories and connections between them to a self-sufficient direction, independent of the set-theoretic apparatus, and then to the development of new foundations of mathematics.

**Keywords:** category, functor, set, foundations of mathematics

DOI: 10.22363/2224-7580-2024-2-35-51

EDN: ZELMZW

## «НЕСТАНДАРТНЫЙ» ФОРМАЛИЗМ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ II: ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ВРАЩЕНИЯ, ПОРЯДКОВАЯ ПАРАДИГМА

С.А. Векшенов

*Российская академия образования*

*Российская Федерация, 119121, Москва, ул. Погодинская, д. 8*

**Аннотация.** Данная статья является второй из серии «нестандартного» формализма квантовой теории. В ней развивается теоретико-множественная парадигма, обосновывается понятие фундаментального вращения, которое на интуитивном уровне было введено в первой статье серии. Показывается, что фундаментальное вращение является носителем порядковой бесконечности. Доказывается ряд теорем о соотношении носителей порядковой и количественной бесконечностей. В частности, формулируются условия, при которых носитель бесконечности является множеством. Показывается, что для теоретико-множественного континуума  $S(N)$  это условие не выполняется, и, следовательно,  $S(N)$ , вопреки желанию Г. Кантора, не является множеством.

Данная статья является продолжением (второй частью) статьи, первая часть которой опубликована в журнале «Метафизика» (2023, № 2) и включает положения теоретико-множественной парадигмы. В третьей части, планируемой к опубликованию, формулируется и развивается порядковая парадигма.

**Ключевые слова:** фундаментальное вращение, порядковая парадигма, порядковая бесконечность, континуум

### Введение

Ключевым понятием нестандартного формализма квантовой теории является понятие фундаментального вращения. Вернемся еще раз к контексту возникновения этого понятия.

Основой классического формализма квантовой механики, как известно, является постулат де Бройля, который, по выражению А. Эйнштейна, «поднял полог великого занавеса». Классическая формулировка этого постулата о дуализме волны и частицы известна. Однако мало кто обращал внимание, что в формулировке этого постулата присутствует понятие «фиктивной волны» (*onde fictive*), которое представляет собой совершенно особую абстракцию. Сравнительно недавно на это обратил внимание А.П. Ефремов, который отметил, что «фиктивная» волна, с точки зрения де Бройля, не переносит энергию, но представляет собой определенное проявление периодического процесса, происходящего «внутри» рассматриваемой частицы.

Этот периодический процесс может быть реализован по-разному:

- в рамках непрерывной среды, что приводит собственно к «фиктивной волне», которая не переносит энергию, но для неё выполняется принцип суперпозиции, который, строго говоря, является постулатом;
- в виде столь же «фиктивного», не физического, вращения, которое осуществляется вне какой-либо среды; единственными характеристиками такого вращения являются направление и период.

Дальнейшее развитие квантовой теории, как известно, пошло по первому пути.

Фиктивная волна  $\psi(t)$  заменялась вектором состояния  $\psi(t)$ , принадлежащим гильбертову пространству  $H$ . Это позволяет развить операторный формализм с переходом к более абстрактной  $C^*$ -алгебре. Логика развития квантовой механики при таком подходе вела к уравнениям и группам Ли, преимущественно группам вращений. Естественным методологическим ходом явился переход от групп Ли к алгебрам Ли.

Операторный формализм позволил извлечь из основополагающей идеи де Бройля очень много практически значимой информации, но мало приблизил к пониманию сути квантовой теории. Это создало почву для поиска более глубоких онтологических основ этой теории и соответствующих им формализмов. Список авторов, предложивших различные онтологические концепции, достаточно велик: В. Гейзенберг, В. Паули, К. Вайцеккер, Р. Пенроуз, Ю.С. Владимиров, В.В. Варламов, А.П. Ефремов и др. [5]. В их построениях были реализованы самые различные подходы, но при этом обнаружилось и устойчивое пересечение: все эти подходы, так или иначе, опирались на понятие спинора.

Посмотрим на него более внимательно.

Простейшим контекстом возникновения спинора является многозначность, свойственная функциям комплексного переменного, в частности, функции  $z = \sqrt{w}$ . Риманова поверхность этой функции дает трактовку спинорного объекта как объекта с периодом  $4\pi$ .

Проявление «спинорности» возникает и в более содержательных ситуациях.

Как известно, трехмерное пространство Лобачевского  $L^3$  можно рассматривать как абсолют (множество бесконечно удаленных точек) четырехмерного пространства Минковского  $M^4$ . При этом электромагнитному вектору в  $M^4$  соответствует винт (фактически спинор) в пространстве  $L^3$ . На этот факт обратил внимание А.П. Котельников еще в 1926 г. [10]. Эта работа прошла совершенно не замеченной, хотя из нее можно было сделать далеко идущие выводы (абсолют пространства Лобачевского  $L^3$  гомеоморфен сфере Римана, все вместе взятое ведет к конструкции, близкой к конструкции Р. Пенроуза). Строгое определение спинора можно дать, например, в рамках алгебры Клиффорда как элемента ее минимального левого идеала.

Понятие спинора прямо или косвенно опирается на понятие комплексного числа. Для развития операторного формализма этот факт является чисто

техническим. Однако использование комплексных чисел как онтологической основы квантовой теории порождает существенные коллизии.

Поле комплексных чисел является расширением поля действительных чисел, которые, в свою очередь, являются абстракцией от макроскопических измерений. Фиктивная волна де Бройля, которая представляется комплексным вектором, распространяется в непрерывной среде, которая также описывается действительными числами. Следовательно, квантовая теория, основанная на операторном формализме, на самом фундаментальном уровне явно опирается на идею непрерывного. Погружение с этим балластом в глубины микромира, где *a priori* нет ни геометрии, ни множеств неизбежно приведет к трансформации логических коллизий в содержательные. Проблемы Стандартной модели являются одной из иллюстраций такой трансформации.

Очевидно, что онтологические основы теории должны быть в максимальной степени свободны от любых априорных утверждений. Идеальный пример – теория множеств, где на основе совершенно общего понятия множества и отношения принадлежности была построена практически вся математика. Разумеется, противоречия и коллизии будут в любом построении: «Как уст румяных без улыбки, без грамматической ошибки я русской речи не люблю...». Преодолевая одни коллизии, мы неизбежно создаем новые, в тот момент еще не осознанные. Промежуток между «преодолением» и «осознанием» и создает эффект продвижения.

Всё сказанное выше делает осмысленным обращения ко второй из названных выше возможностей реализации основополагающей идеи де Бройля: через не физическое, «фиктивное» вращение, которое названо «фундаментальным» вращением (ФВ).

Фундаментальное вращение – это вращение в отсутствии среды, но в нем сконцентрировано представление обо всех периодических процессах, протекающих в любых средах. Можно сказать, что это некий аналог ручных часов, по которым можно следить за течением времени по всему пространству (релятивистские эффекты в данном контексте не обсуждаются).

Характеристикой ФВ является его направление и период. Более того, можно сказать, что само фундаментальное вращение и есть период как таковой (здесь можно увидеть применение известного в математике «принципа отчуждения», когда свойство становится объектом). Принципиально важной характеристикой ФВ является направление по часовой стрелке или против часовой стрелки. Таким образом, фундаментальное вращение является простейшим *бинарным* объектом. Выявление онтологической сущности таких объектов можно проследить в работах и дискуссиях В. Гейзенберга, В. Паули и К. Вайцзеккера. В конечном итоге это вылилось в концепцию *Uralternativen* сформулированную К. Вайцзеккером, преимущественно, на философском уровне [12].

Понятие фундаментального вращения можно отнести к конкретной реализации *Uralternativen*. В этом качестве ФВ крайне многопланово. В частности:

- фундаментальное вращение  $\cup$  можно рассматривать как прообраз экспоненциальной формы комплексного числа  $re^{i\varphi}$  при  $r = 1$ ;
- из двух ФВ  $\cup$  и  $\cup$  можно «склеить» фундаментальное вращение  $\cup\cup$ , которое можно рассматривать как прообраз спинора (аналогично как пара волновых векторов определяет двухкомпонентный спинор);
- из фундаментальных вращений противоположной направленности  $\cup$  и  $\cup$  может быть построена модель действительных чисел Конвея, любая последовательность фундаментальных вращений определяет действительное число, в частности  $\cup\cup \sim 1/2$ ;
- используя соотношение Бора – Зомерфельда  $\oint pdq = \hbar$ , можно соотнести  $\cup$  с постоянной Планка  $\hbar$ .

ФВ является простым и полезным инструментом построения мультиплетов в контексте представления групп вращения. Более подробно об этом было сказано в 1-й части «Нестандартного формализма».

Следует отметить, что для концепции *Uralternativen* можно найти и другие реализации. Например, в работе Д.Д. Иваненко, Г.А. Сарданашвили 1981 г. [7] было определено понятие «преспинора» как бинарного объекта, инвариантного относительно простейшей группы отражений  $Z_2 = (1, s: s^2 = 1)$ . Поскольку преспиноры можно было рассматривать как генераторы группы Коксетера, это позволяло реализовать традиционную для данной области логику: к мультиплетам через представление группы.

В нашем подходе ключевую роль играет понятие фундаментального вращения, которое является носителем бинарности. Кроме того, оно обладает рядом принципиально важных свойств, позволяющих, в частности, строить мультиплеты наиболее прямым способом – как комбинации фундаментальных вращений.

Осталось ответить на главный вопрос: что представляет собой фундаментальное вращение как математическое понятие? Разумеется, можно оставаться в рамках интуитивных представлений о ФВ и двигаться дальше. Однако при этом есть опасность подмены ФВ одним из понятий теоретико-множественного пантеона, что сведёт на нет всё построение.

Такой разворот более чем реален.

Согласно сложившейся в XX в. методологии, любую возникшую абстракцию необходимо подвести под какую-либо теоретико-множественную структуру или обрисовать связи с этой структурой. Эту особенность теоретико-множественной математики очень ярко описал выдающийся чешский математик П. Вепенка: «Все математические объекты... могут быть построены как структуры в теории множеств. Точнее, эти объекты можно задать в теории множеств их каноническими моделями так, что изучение оригинальных объектов заменялось изучением соответствующих моделей. Теория множеств открыла путь к изучению необъятного количества различных структур и беспрецедентному росту знаний относительно них... Все структуры, изученные в математике, априори жестко заданы, и роль математика есть просто роль наблюдателя их описывающего...» [6].

Фундаментальное вращение представляет собой абстракцию, в которой заключено внутреннее движение. Очевидно, что подобрать или создать статическую теоретико-множественную структуру, адекватно представляющую эту абстракцию, принципиально *невозможно*. В этой связи создание адекватной математической модели названной абстракции требует самого радикального, со времен создания теории множеств Г. Кантором, осмысления оснований математики.

Разумеется, речь идет не только об этой – в целом – частной проблеме. Теоретико-множественная парадигма сформировала специфический взгляд на реальность. Её главной особенностью является отсутствие идеи длительности, которая заменяется теоретико-множественными конструкциями. Простейший пример – упорядоченное множество, которое является простейшей моделью времени. Пространство-время Минковского также является теоретико-множественной структурой, в которой время «подверстано» под пространство, что имеет очевидные технические достоинства, однако его физическое содержание весьма проблемно.

Список подобных структур можно множить и множить. Вопрос о том, насколько эти структуры соответствуют «порядку вещей», не корректен, так как он относится к самой теоретико-множественной парадигме и ее взаимоотношению с реальностью в любом ее понимании.

На данный момент эта парадигма, несомненно, доминирует и видится практически абсолютной. Однако смена парадигмы, как справедливо утверждает Т. Кун, заложена в ее природе. Очертив круг задач, оно одновременно высвечивает границу своих возможностей. Рано или поздно эта граница будет преодолена и начнет формироваться альтернативная концепция. Оформление этой концепции в полноценную парадигму может затянуться на годы, что не меняет положение дел.

Одновременно можно констатировать, что, несмотря на исключительное положение в математике, теоретико-множественный аппарат достиг своего «потолка». Теоретико-множественные конструкции, прежде всего теоретико-групповые, становятся все более изощренными и все менее эффективными, их возможности практически исчерпаны. Таким образом, вопрос об альтернативной парадигме и, соответственно, альтернативном математическом аппарате становится все более острым. Разумеется, эта парадигма не может быть создана искусственно – «в пику» сложившимся теоретико-множественным представлениям. Ее оформление обусловлено внутренней логикой самой математики, и к этой логике стоит прислушаться.

Таким образом, осмысление постулата де Бройля, а следовательно, всего операторного формализма квантовой теории с неизбежностью ведет к осмыслению теоретико-множественной концепции в целом и выработке более общей теории, включающей теорию множеств Кантора.

Начала этой теории представлены в настоящей работе. Тезисно формулируем изложенные далее положения.

1. Фундаментальным фактом математики является двойственная природа числа: оно является единством количественной и порядковой составляющих.

Например, число «семь» – это обозначение семи предметов или «седьмого» предмета в некотором пересчете. Парадоксальный факт состоит в том, что современная математика, идейно оформившаяся в конце XIX в., берет за основу исключительно количественную составляющую числа. Прямым следствием этого выбора стало оформление теории множеств, которая, в свою очередь, стала базой для создания теоретико-множественных моделей – разнообразных структур множеств, важнейшей из которых является группа. Таким образом, ключевое для современной физики понятие группы «завязано» на теоретико-множественную парадигму. Ключевым фактором действительности теоретико-множественной парадигмы является актуальная (завершенная) бесконечность, которая в рамках названной парадигмы неизбежно носит количественный характер. Соответственно, множество выступает носителем этой бесконечности.

2. Альтернативой названной парадигме является порядковая парадигма, которая отдает предпочтение порядковой составляющей числа. При этом в полной мере реализовывается принцип дополнительности: названные альтернативы не противоречат, а дополняют друг друга. Ключевым моментом данной парадигмы является введение порядковой бесконечности  $\Omega$  и установление принципиально важного неравенства: для любого  $\lambda \ \Omega > \aleph_\lambda$ , где  $\aleph_\lambda$  – кардинальное число, реализующее количественную бесконечность. Данное соотношение говорит о том, что *порядковых чисел больше, чем количественных*. В метафизическом плане это означает, что сосчитываемых объектов меньше, чем объектов нумеруемых. Таким образом, существует объект, про который можно сказать, что он « $n$ -й» в некотором пересчете, но про который нельзя сказать, что он имеет  $n$  элементов (это все равно, что можно сказать «второй», но нельзя сказать «два»). Принимая также во внимание известные философские традиции связывать количество с пространством, а бесконечность со временем, можно заключить, что *бесконечность пространства меньше, чем бесконечность времени*.

Принципиальный факт: ***носителем порядковой бесконечности  $\Omega$  является фундаментальное вращение!***

3. Порядковая бесконечность  $\Omega$  (фундаментальное вращение  $\cup$ ) по отношению к теоретико-множественному универсуму занимает то же место, что и бесконечно удаленная точка по отношению к евклидовому пространству. Совокупность бесконечно удаленных точек образует абсолют, который является вполне конкретным объектом. Абсолютом теоретико-множественного универсума  $U$  является континуум, построенный из простейших фундаментальных вращений. Поскольку каждое ФВ можно соотнести с постоянной Планка (см. статью I данной серии), можно утверждать, что абсолютом  $U$  является континуум, в котором единицей измерения выступает постоянная Планка  $\hbar$ . Этот удивительный факт заслуживает самого серьезного анализа.

4. Введение бесконечности  $\Omega$  позволяет развить единую теорию бесконечности как теорию о свойствах бесконечных объектов как результатов стабилизации процесса  $\gamma$  относительно предикатов  $T_i$  и о свойствах носителей этих бесконечностей. Принципиальное значение имеют следующие теоремы:

- *теорема 1.* Для того чтобы из процесса  $\gamma$  можно было бы выделить множество, необходимо, чтобы его шаги различались, по крайней мере, двумя предикатами,  $T_Z$  (порядка) и  $T_R$  (количества);

- *теорема 2.* Если шаги процесса  $\gamma$  различимы предикатом  $T_R$  и если из условия, что шаги  $x$  и  $y$  различимы предикатом  $T_R$ , следует, что они различимы и предикатом  $T_Z$ , и, наоборот, если они различимы  $T_Z$ , то они различимы и  $T_R$ , то есть  $T_R \sim T_Z$ . В этом случае процесс  $\gamma$  эквивалентен натуральному ряду.

5. Из теоремы 1 вытекает, что элементы теоретико-множественного континуума  $S(N)$  различимы только одним предикатом (следствие аксиомы выбора), и, следовательно, континуум *не является* множеством. Это дает окончательное решение континуум-проблемы Кантора. Прямая конструкция такого континуума будет представлена в 3-й части «Нестандартного формализма».

## 1. От теории множеств к единой теории бесконечного

Теория множеств – общепринятый язык или общепринятая онтология современной математики. Эти качества столь просты и естественны, что сама математика видится воплощением носителя этих качеств – теории множеств. Однако это далеко не так. Теория множеств – это мощная, влиятельная, но все же только парадигма математики. Не единственно возможная. Если в современной физике можно выделить геометрическую, полевую и реляционную парадигмы, то в математике также можно констатировать по крайней мере две парадигмы. Одной из них как раз и является теоретико-множественная парадигма.

### 1.1. Теоретико-множественная парадигма

Теория множеств была создана Г. Кантором в промежутке между 1874 и 1896 гг. Активным, но не всегда обозначенным соавтором этой теории (Кантор называл ее *Mengenlehre* – «Учение о множествах») был Р. Дедекин. Немного раньше и совершенно самостоятельно основные идеи этой теории были сформулированы Б. Больцано.

Сверхзадачей Г. Кантора была расширение натурального ряда  $1, 2, 3, \dots, n$  в область трансфинитного. Теоретико-множественная идеология возникла и оформилась в процессе решения именно этой задачи.

Проследим, как это произошло.

Рассмотрим для начала оригинальную схему Г. Кантора, представленную в его классическом труде *Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre. Leipzig. 1883.*

Воспроизведем фрагмент этой работы по русскому переводу.

«Ряд положительных натуральных чисел  $1, 2, \dots, n$  имеет источником своего возникновения повторное введение и объединение единиц, положенных в основу и рассматриваемых как равные. Число  $n$  есть выражение как

определенного количества, так и соединения рассматриваемых единиц в одно целое. Таким образом, образование конечных целых чисел основывается на принципе присоединения единицы к некоторому имеющемуся, уже образованному числу... Назовем это первым принципом порождения.

С другой стороны, нет ничего нелепого в том, чтобы вообразить себе некоторое новое число, обозначим его  $\omega$ , которое должно быть выражением того, что нам дана согласно своему закону в своей естественной последовательности вся совокупность  $1, 2, 3, \dots, n, \dots$  (подобно тому, как  $n$  служит выражением того, что известное конечное число единиц соединено в одно целое). Можно даже вообразить число  $\omega$  *пределом* (выделено нами. – С.В.), к которому стремятся числа  $n$ , если понимать под этим лишь то, что  $\omega$  должно быть первым целым числом, которое следует за всеми числами  $n, \dots$ . Это второй принцип порождения.

Допуская за введением числа  $\omega$  следование дальнейших присоединений единицы, мы получим с помощью первого принципа порождения числа:  $\omega + 1, \omega + 2, \dots, \omega + n, \dots$

Так как мы при этом снова не приходим к наибольшему числу, то воображаем себе новое число, которое можно обозначить  $2\omega$ .

Если снова применить к числу  $2\omega$  первый принцип порождения, то мы приходим к продолжению:  $2\omega + 1, 2\omega + 2, \dots, 2\omega + n, \dots$  и т.д.» [8. С. 92].

Анализ этого фрагмента показывает, что Кантор изначально мыслил натуральное число, состоящее из конечного числа различных частей. Это позволяет ему естественно перейти к числу  $\omega$ , состоящему из бесконечного числа частей. Такая точка зрения вполне оправдана, но она не является обязательной. Дело в том, что число изначально мыслилось как нечто *неделимое*, а возможность его разбиения на части есть не более чем необходимая для Кантора гипотеза.

На целостное понимание числа (со ссылкой на неоплатоников) указывал, в частности, А.Ф. Лосев: «...необходимо отграничить число от количества. В чем разница между тем и другим? Наиболее ясным является здесь то, что количество является вторичным качеством по сравнению с числом... Когда говорят о пяти копейках, то «пять» в данном случае является количеством... Выражаясь точнее, количество предполагает переход числа в инобытие и применение числа для осознания (пересчета) этого количества. Число дано само по себе и является самостоятельным предметом мысли. Когда же речь идет о количестве, мы уже покинули число как таковое и перестаем созерцать его в его полной самостоятельности» [11. С. 94].

Замечание А.Ф. Лосева очень существенно – число не исчерпывается количеством, однако для Кантора принципиальным было именно количественное понимание числа, то есть каждое число (конечное или бесконечное) состоит из конечного или бесконечного числа частей. Это принципиальный момент всей теоретико-множественной парадигмы, позволяющий осуществить прорыв в бесконечное. Само же понятие множества возникает как носитель конечного или бесконечного количества: «*Unter einer Menge verstehen wir jede Zusammenfassung M von bestimmten wohlunterschiedenen Objekten unserer*

*Anschauung oder unseres Denkens (welche die Elemente von  $M$  genannt werden zu einem Ganzen)* – «Под множеством мы понимаем любое соединение  $M$  определенных различных (различимых) объектов нашего умозрения или нашей мысли (которые будут называться элементами  $M$ ) в единое целое» [8].

Тонкость этого определения прячется в слове *wohlunterschiedenen*, которое Кантор никак не поясняет ни в данном месте, ни в дальнейшем. Мы не будем акцентировать на этом внимание и будем понимать его прямолинейно, а именно как «различные» объекты нашего умозрения.

В свете вышесказанного представим схему Кантора с учетом всех скрытых в ней понятий и логических ходов.

Первый шаг заключается в фиксации в натуральном числе порядковой и количественной составляющих, например «семь» и «седьмой». «Семь» – это обозначение семи предметов, «седьмой» – это седьмой шаг в некотором пересчете.

Как уже говорилось выше, Кантор переводит эти «семь предметов» во внутренний план (мыслит абстрактными элементами) и делает их количественной составляющей числа «семь». Что касается порядковой составляющей числа, то она представляется «семью» упорядоченными элементами. Таким образом, конечное натуральное число, как единство «количества» и «порядка», может быть представлено множеством с определенными характеристиками.

Следующий шаг состоит в точном определении этих характеристик, которые позволили бы распространить понятие «количества» и «порядка» на бесконечные множества. Для этого Кантор вводит характеристики *Möglichkeit* и *Abzahl*

Соответствующие определения выглядят следующим образом.

*Möglichkeit oder Cardinalzahl von  $M$  nennen wir den Allgemeinbegriff, welcher mit Hilfe unseres action Denkvermögens dadurch aus der Menge  $M$  hervorgeht, dass von der abstrahirt wird*. («**Мощностью** или **кардинальным числом** множества  $M$  мы называем общее понятие, которое получается при помощи нашей активной мыслительной способности из  $M$ , когда мы абстрагируемся от качества его различных элементов  $t$  и от порядка из задания») [9].

Если же с помощью «активной мыслительной способности» мы абстрагируемся только от качеств элементов, но не от порядка их задания, то приходим к понятию порядкового типа или **ординального числа** (*Abzahl*)

Как сравнивать между собой кардинальные и ординальные числа?

С ординальными числами все более-менее понятно. Добавление к упорядоченному множеству  $M$  нового элемента меняет множество. Поскольку этот элемент *следует* за всеми элементами  $M$ , можно перестроить порядок нового множества таким образом, что оно окажется упорядоченным. Таким образом, добавляя к упорядоченному множеству новый элемент, мы увеличиваем на единицу его ординальное число.

С кардинальным числом сложнее. Добавление к бесконечному множеству нового элемента не меняет его кардинального числа и нужно искать иной

инструмент сравнения. В теории множеств таким инструментом является  $1-1$ -соответствие. Если оно есть – кардинальные числа совпадают, например, множества натуральных и счетных чисел. В действительности, речь идет о процедуре измерения (образно говоря, «прикладывания линейки» к множеству, что и подразумевает  $1-1$  соответствие). Разумеется, в этом случае кардинальное число определяется неоднозначно, в зависимости от присутствия или отсутствия такой «линейки» –  $1-1$ -соответствия. С точки зрения теории множеств  $1-1$ -соответствие также является множеством. Таким образом, кардинальное число, которое приписывается множеству, зависит от совокупности рассматриваемых множеств. Если в игру вступает аксиоматика, которая регулирует эту совокупность, при сохранении интуитивно приемлемых операций с множествами, то кардинальное число множества определяется как самой аксиоматикой, так и конструкциями в ее рамках.

Ситуация, когда инвариантным образом определяется некоторая сущность, величина которой зависит от способа измерения, вполне ординарна (например, длина непрерывной кривой как сущность, и как величина, определяемая некоторым интегралом). Определяя кардинальное число множества вышеназванным образом, как результат абстрагирования от качества составляющих его элементов, мы однозначным образом закрепляем за множеством определенное кардинальное число. Каким образом найти это число, «измерив» множество – это отдельная задача. Парадоксальным образом в современной теории множеств утвердилось определение кардинального числа именно как результата измерения. Конкретно кардинальное число – это как класс множеств, между которых установлено  $1-1$ -соответствие. Например, можно считать кардинальным числом «семь», то общее, что содержится в семи днях недели, семи холмах, семи цветах радуги, семи смертных грехах и т.д. В этой ситуации понятие равномошных множеств, предшествует понятию мощности (кардинального числа).

Фактически речь идет о двух возможностях.

1. Однозначно закрепить за данным множеством определенное количество, как объективную в рамках теории множеств реальность и анализировать возможные способы его измерения (которые в принципе можно и не найти). В отношении континуума эту точку зрения высказал в 20-х гг. XX в. Н.Н. Лузин: «Мощность continuum'a, если только мыслить его как множество точек, есть некая единая реальность и она должна находиться на алефической шкале, где она есть; нужды нет, если определение этого места затруднительно или как прибавил бы *J. Hadamard*, «даже невозможно для нас, людей» [2].

2. Дать простор аксиоматике и ее различным моделям, в которых имеются «свои» кардинальные числа для данного множества. С позиций аксиоматики позиция Лузина воспринималась и воспринимается как некая «инерция воображения», не признающая, что «отрезок  $[0,1]$  не Богом создан, а придуман человеком, причем стоит на некоторых посылках» [2]. Разумеется, это очень слабый аргумент, поскольку при любых посылах, сама идея множества остается неизменной.

Выбор одной из возможностей определяется общим философским и методологическим контекстом. Первый случай – классический вариант «жесткой» онтологии, во втором случае – мир определялся границами языка: «*Die Welt ist die Gesamtheit der Tatsachen, nicht der Dingen*» (Мир – совокупность фактов, а не предметов) [4]. Именно эта точка зрения доминировала в XX в.

Вернемся к основной линии и посмотрим более внимательно на оригинальную конструкцию Кантора.

В случае конечных множеств кардинальные и ординальные числа совпадают, что отражает интуицию совпадения в натуральном числе количественной и порядковой составляющих.

Соберем все натуральные числа в одно целое. С точки зрения множеств эта операция ничем не отличается от образования конечного числа  $n$  из  $n$  элементов. Обозначим это число через  $\omega$ , разумеется,  $\omega$  – упорядоченное множество. Число  $\omega$  в количественном и порядковом смысле больше любого натурального числа  $n$ . Пойдем дальше и образуем число  $\omega+1$  – добавление к множеству  $\omega$  еще одного элемента, который следует за всеми элементами  $\omega$ . Это новое упорядоченное множество, значит, в смысле порядка  $\omega+1 \neq \omega$ . Есть тонкость:  $1+\omega = \omega$  – мы добавили один элемент до того, как объединили все элементы в одно целое, и этот элемент «растворился» в бесконечном множестве. Разумеется, почти каждый шаг в этом построении можно подвергнуть сомнению и критике, но гениальность Кантора в том и состояла, что он двинулся вперед вопреки привычному страху бесконечного (*horror infinity*).

Из неравенства  $\omega+1 \neq \omega$  следует, что число  $\omega$  можно рассматривать как «новый ноль» и развернуть ряд  $\omega+1, \omega+2, \omega+3\dots$ , собрать полученные числа в множество  $2\omega$ , которое снова можно рассматривать как «новый ноль» и т.д. Процесс построения порядковых чисел можно продолжать неограниченно: прибавляя  $1$  и объединяя в бесконечные множества. Однако образовать множество, которое бы включало в себя все ординалы, невозможно – возникает парадокс Бурали – Форти.

Если в случае конечных натуральных чисел их количественная и порядковая составляющие совпадают, в трансфинитной сфере это не так. Действительно,  $\omega+1 \neq \omega$  – это различные множества, которые имеют различные ординалы. Вместе с тем между элементами множеств  $\omega$  и  $\omega+1$  можно установить  $1-1$ -соответствие. Это означает, что числа  $\omega$  и  $\omega+1$  равны в смысле количества, то есть  $\omega$  и  $\omega+1$  имеет одно и то же кардинальное число. Таким образом, в сфере трансфинитного зафиксировано расхождение между «количеством» и «порядком», а приведенная последовательность ординалов расширяет в область трансфинитного только порядковую составляющую натурального числа.

Чтобы продвинуться в решении сверхзадачи Кантора о расширении натурального ряда в область трансфинитного, необходимо найти способ конструирования множества с более высоким кардинальным числом, чем кардинальное число исходного множества. Тем самым будем «запущен» процесс наращивания количеств, без которого решение поставленной сверхзадачи невозможно.

Кантор нашел такой способ, но одновременно с ним возник целый «букет» проблем, которые трудно замести «под ковер».

Конструкция Кантора хорошо известна под именем «диагональный метод». Его законность, с точки зрения, логика была и остается предметом обсуждений (О. Веккер [1]). Тем не менее в рамках теоретико-множественной парадигмы этот метод принято считать корректным.

В общем виде он приводит к утверждению, что множество всех подмножеств  $P(X)$  данного множества  $X$  имеет кардинальное число строго больше, чем кардинальное число  $X$ .

Решает ли эта конструкция поставленную Кантором проблему? Ответ далеко не очевиден. В случае конечных чисел каждый шаг одновременно увеличивает и количество, и порядок. Однако, как было показано выше, конструкция, увеличивающая ординал, в общем случае не приводит к увеличению кардинала. Возникает вопрос: может ли вообще рассмотренная конструкция увеличения ординалов «дотянуться», например, до множества  $P(\omega)$ ? Если нет, то решение сверхзадачи Кантора становится как минимум проблемным.

Тем не менее выход был найден. Суть его состояла в следующем.

Если множество  $P(\omega)$  упорядоченно (более точно – вполне упорядоченно), то оно получает определенное место на шкале ординалов. Для Кантора этот факт был очевидным, Кёниг в 1904 г. подверг его сомнению, но Цермело в 1905 г. специальной аксиомой выбора возвел интуицию Кантора в ранг основополагающего утверждения. При этом упорядоченность  $P(\omega)$  носила абсолютно умозраительный и искусственный характер – множество просто предполагалось упорядоченным, без указания конкретного порядка (аксиома выбора). Подобное «раскрепощение» в конечном итоге и дало решение сверхзадачи Кантора. Что касается самой аксиомы выбора, то ее целесообразность (слово «законность» здесь не вполне корректно) стала предметом отдельного анализа.

Итоговая конструкция выглядит следующим образом.

Обобщая сказанное выше, можно утверждать, что множества имеют различные кардинальные числа, если между ними нельзя установить 1-1-соответствие. Первый бесконечный ординал  $\omega$  имеет кардинал, который отличается от кардиналов всех конечных чисел. Обозначим его  $\aleph_0$ , далее возьмем ординал  $\aleph_1$ , у которого нет 1-1-соответствия с  $\aleph_0$ , ординал  $\aleph_2$ , у которого нет 1-1-соответствия с  $\aleph_1$  и т.д. Получается шкала алефов (кардинальная шкала), которая и является искомым расширением:

$$0, 1, 2 \dots n, \dots \aleph_0, \aleph_1, \aleph_2 \dots \aleph_\lambda \dots$$

Естественный вопрос, который возникает немедленно после конструирования шкалы алефов заключается в том, каким образом соотносятся  $P(\omega)$  и  $\aleph_\lambda$ ? После всего вышесказанного ответ предсказуем – это две существенно различные конструкции, без внутренней логической связи. Тем не менее сам Кантор полагал, что  $P(\omega) = \aleph$  (континуум-гипотеза, 1877 г.). Если бы эта гипотеза оказалась ложной, то возник бы следующий вопрос: каково  $\lambda$ , такое,

что  $P(\omega) = \aleph_\lambda$ ? Осмысление проблемы континуума заняло весь XX в. (К. Гёдель, 1940 г.; П.Дж. Коэн, 1963). Конечный результат, по сути, ничего не добавил к интуитивно ясной ситуации: теория множеств ничего не может сказать о мощности континуума! О тонкостях проблемы континуума и ее «решения» в рамках теории множеств см. [3].

Для математики в целом континуум-проблема была идейно важной и исключительно сложной задачей. Однако основным результатом построений Кантора стал теоретико-множественный язык, своеобразная латынь современной математики, позволяющая предельно «раскрепостить» математическую мысль. «Сущность математики состоит в ее свободе» («*Das Wesen der Mathematik liegt gerade in ihrer Freiheit*») – так выразил это стремление сам Кантор.

Количество трудов о теории множеств неисчислимо, и добавлять еще один обзор ее достижений и проблем вряд ли стоит. Однако имеет смысл дать представление о ней как о математической парадигме, что предполагает рассмотрение более широкого контекста в плане формирования альтернативной парадигмы.

Следует отметить, что теория множеств – это, прежде всего, теория актуально бесконечного, а множество выступает носителем этой бесконечности. Рассмотрение только конечных (и даже счетных) множеств резко сокращает возможности математики как теории, способной «заглянуть за горизонт» и делать предсказания.

Теория множеств демонстративно «отодвигается» от потенциальной бесконечности (неограниченного процесса), заменяя его множественными конструкциями. В частности, важнейшее для математики понятие предела в теории множеств заменяется понятием «фильтра» (А. Картан, В.И. Гливенко). Соответствующая конструкция выглядит следующим образом.

Будем называть фильтром любую систему непустых подмножеств  $F = \{M\}$  множества  $V$ , обладающую тем свойством, что из того, что  $M_1 \in F$  и  $M_2 \in F$  следует, что существует  $M_0$ , такое, что  $M_0 \in M_1 \cap M_2$ .

Если функция  $f(x)$  определена на  $V$  и принимает значения из топологического пространства  $T$ , то пределом  $\lim f(x)$  по фильтру  $F$  называется такой элемент  $y \in T$ , что  $F$  для любой окрестности  $U(y)$  найдется множество  $M \in F$ , на котором все значения  $f(x)$  принадлежат  $U(y)$ .

Если  $V$  совпадает с множеством действительных чисел, то через  $x \rightarrow \pm\infty$  обозначим фильтр  $F$ , состоящий из множеств  $M_h$ , соответствующий всем положительным  $h$ , таким, что  $|x| > h$ , тогда запись  $\lim f(x)$  приобретает общепринятый в теории пределов смысл  $x \rightarrow \pm\infty$ .

Эта ординарная на данный момент конструкция тем не менее высвечивает все основные методологические ходы, характерные для теории множеств, а именно:

– замена потенциальной бесконечности (неограниченного процесса) актуальной бесконечностью, представленной множеством, собранным из отдельных шагов процесса. Это именно количественная бесконечность;

– процессуальность моделируется конструкцией, допускающей запись в логике предикатов (как правило, исключая кванторы по предикатам), в данном случае:  $M_1 \in F \ \& \ M_2 \in F \rightarrow \exists M_0, M_0 \in M_1 \cap M_2$ .

– понятие фильтра универсально: в качестве множеств  $M$  могут выступать самые различные объекты, представленные множествами: числа, функции и пр., на все эти объекты распространяется семантика предельного перехода, в этом смысле понятие и свойства предела можно перенести, например, в область логики.

В целом же роль теории множеств в математике примерно такова.

На момент создания теории множеств в математике сформировался широкий спектр конкретных различных понятий и представлений. Универсальность теоретико-множественного языка позволила построить для них разноплановые множественные модели. Фактически вся математика была переведена на теоретико-множественный язык, что позволило сформировать более-менее единый методологический аппарат (традиционно его связывают с гёттингенской школой Э. Нётер, в которой центральными были понятия «группы» и «кольца»). С точки зрения Бурбаки, математика вообще есть совокупность этих структур, а ее целью является их изучение, обобщение и применение. Разумеется, это всего лишь точка зрения. Роль подобных структур в математике все же скромнее, хотя и очень значительная. Теоретико-множественные модели (структуры) позволили проложить «мосты» между отдельными, мало похожими областями, например теорией пределов и логикой. Через эти мосты осуществляется семантический обмен, позволяющий, например, рассматривать формулы, которые являются «пределами» совокупности других формул с распространением на них всех свойств предельного перехода. Это позволяет не только очертить единый угол зрения на различные области, но и получать конкретные нетривиальные результаты. Подобные структуры – «мосты» хорошо управляются аксиоматикой. Варьируя аксиомами, можно получить целый спектр моделей, отражающих различные оттенки данного понятия. Впечатляющий пример – теория групп, в которой исследованы, кажется, все мыслимые аспекты симметрии.

При этом обнаружилась интересная закономерность. Многие – абстрактные – конструкции при определенных естественных условиях оказываются изоморфными конкретным математическим объектам. Приведем только начало достаточно длинного списка.

Теорема Кэли: «Всякая конечная группа изоморфна группе подстановок».

Теорема: «Любая замкнутая ориентируемая поверхность гомеоморфна сфере с  $g$  ручками для некоторого целого числа  $g$ ».

Тезис Чёрча: «Всякое уточнение интуитивного понятия алгоритма изоморфно Машине Тьюринга (или рекурсивным функциям, или нормальным алгорифмам Маркова и т.д.)».

Теорема Гельфанда Наймарка: «Любая  $C^*$ -алгебра изоморфна некоторой подалгебре в алгебре ограниченных линейных операторов в некотором гильбертовом пространстве».

Теорема Уитни: произвольное гладкое  $n$ -мерное многообразие со счетной базой допускает вложение в  $2n$ -мерное евклидово пространство и т.д.

Все эти примеры говорят о том что, несмотря на тяготение к универсальным структурам, идейное ядро математики вполне конкретно. Тем не менее именно универсальные структуры определяют основную методологию математики и ее связи с реальным миром.

Важен следующий момент. Теоретико-множественные модели, которые в периоде активного развития (приблизительно 20–50-е гг. XX в.) воспринимались как инструмент познания, постепенно стали превращаться в универсальные паттерны, под которые необходимо было подвести всякое явление природного или интеллектуального мира. Эта идея выплеснулась далеко за пределы теории множеств и стала основой в так называемом «информационном обществе». Методология этого периода становится предельно «заземленной»: создание структур на теоретико-множественной основе и подверстывание под них очередного феномена. На сегодняшний день можно констатировать, что эта идеология идейно и психологически себя исчерпала, а ее техническая составляющая все больше напоминает «игру в бисер».

Эту особенность теоретико-множественной математики очень ярко описал выдающийся чешский математик П. Вopenка, который сам внес существенный вклад в теорию множеств:

«Современная математика изучает конструкцию, отношение которой к реальному миру, по меньшей мере, проблематично. Более того, эта конструкция не единственно возможная, да и на самом деле не самая подходящая с точки зрения самой математики. Это ставит под вопрос роль математики как научного и полезного метода. Математика может быть низведена к простой игре, происходящей в некотором специфическом искусственном мире. Это не опасность для математики в будущем, а непосредственный кризис современной математики» [6].

Главная проблема состоит в том, что теоретико-множественная парадигма не в состоянии описать реальную ткань времени. Теория множеств предлагает лишь простейшую, крайне прямолинейную модель – упорядоченное множество, которая очень далека как от собственно идеи длительности, так и от всего корпуса концепций, связанных с интуицией времени, который сформировался начиная с Блаженного Августина. Теория множеств не видит принципиального различия между «шагом» процесса и «элементом» множества, хотя такое различие очевидно. Более того, желание «упрятать» время в теоретико-множественные модели оборачивается появлением парадоксов и структур с патологическими свойствами (например, неизмеримого множества), которые стали неотъемлемой частью теоретико-множественной математики.

Необходимость развития математики на основе интуиции времени была осознана давно. Наиболее последовательно эту линию, начиная с 1904 г., отстаивал Я.Э. Брауэр и его последователи. Объекты математики Брауэра всегда конструктивны и «осязаемы», что, несомненно, придает уверенности при работе с этими объектами. Вместе с тем именно благодаря возможности

оперировать объектами, не предъявляя их, были получения многие выдающиеся результаты. В этом плане борьба за наглядность и интуитивную ясность была переведена в чисто идейную плоскость. Поле приложений, в частности, в физике микромира осталось за теорией множеств.

Несомненно, сила концепций, основанных на теории множеств, заключается в актуальной бесконечности, которая составляет, как уже неоднократно подчеркивалось, стержень теоретико-множественного мира. Очевидно, что потенциальная бесконечность Брауэра неконкурентоспособна по отношению к актуальной бесконечности Кантора. Однако роль времени явно не сводится к фону, который сопровождает теоретико-множественные построения. Чтобы изменить ситуацию и сделать время активным «игроком» на математическом поле, необходимо выйти в трансфинитную сферу, осмыслить и определить «бесконечность времени» как полноценного дополнения «бесконечности пространства», реализованной в теории множеств.

Здесь, разумеется, нужна конкретика. Понятие времени слишком подвижно и загадочно, чтобы положить его в основу строгой теории. По аналогии с теоретико-множественной концепцией необходимо выделить понятие, генетически связанное с понятием времени, но имеющее точный математический смысл. Таким понятием является понятие «порядка». Развитием порядковой парадигмы мы и займемся в оставшейся части данной работы.

### Литература

1. *Bekker O.* Grösse und Grenze der mathematischen Denkweise. Freiburg, 1959.
2. *Босс В.* Теория множеств: от Кантора до Коэна. М.: URSS, 2011.
3. *Векшенов С. А.* Свет и континуум – короткое замыкание // *Метафизика*. 2017. № 3 (25). С. 42–56.
4. *Witgenchtein L.* Logisch – philosophische Abhanglung (рус. перевод: Витгенштейн Л. *Логико-философский трактат* // Витгенштейн Л. *Философские работы*. Ч. I. М.: Гнозис. 1994).
5. *Владимиров Ю. С.* *Метафизика*. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2002.
6. *Vopěnka P.* Mathematics in the alternative set theory. Leipzig, 1979. (Русский перевод: П. Вепенка. *Математика в альтернативной теории множеств*. М.: Мир, 1983.)
7. *Ivanenko D., Sardanashvily G.* Preons as Prespinors // *Доклады Болгарской академии наук*. 1981. Т. 34, № 8. 1073–1074.
8. *Cantor G.* Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehe. Leipzig, 1883.
9. *Cantor G.* Mitteilungen zur Lehre vom Transfinitum (Русский перевод: Кантор Г. *К учению о трансфинитном* // *Труды по теории множеств*. М., 1985.)
10. *Котельников А. П.* Принцип относительности и геометрия Лобачевского // *In mem. Lobatschevskii*. 1927. Т. 2. С. 37–66.
11. *Лосев А. Ф.* *Логическая теория числа*. М., 1994.
12. *Weizsäcker C. F.* *Aufbau der Physik*. München, 1985. 661 s.

## THE “NON-STANDARD” FORMALISM OF QUANTUM THEORY II: FUNDAMENTAL ROTATIONS, THE ORDINAL PARADIGM

S.A. Vekshenov

*Russian Academy of Education  
8 Pogodinskaya St, Moscow, 119121, Russian Federation*

**Abstract.** This article is the second article in the series of “non-standard” formalism of quantum theory. It develops the set-theoretic paradigm and substantiates the notion of fundamental rotation, which was introduced at the intuitive level in the first article of the series. It is shown that the fundamental rotation is a carrier of an ordinal infinity. We prove a number of theorems on the relation between the carriers of ordinal and quantitative infinity in particular, we formulate the condition under which the carrier of infinity is a set. It is shown that for the set-theoretic continuum  $S(N)$  this condition is not fulfilled, and hence  $S(N)$ , contrary to G. Cantor’s wish, is not a set. Due to the large amount of material, this article is the second part of the general article. It presents the key points of the set-theoretic paradigm, while the third part formulates and develops the ordinal paradigm.

**Keywords:** fundamental rotation, ordinal paradigm, ordinal infinity, continuum

DOI: 10.22363/2224-7580-2024-2-52-66

EDN: ZFZBZS

## КОНТИНУУМ-ГИПОТЕЗА КАНТОРА И ПРОБЛЕМА КВАНТОВАНИЯ ГРАВИТАЦИИ

М.Г. Годарев-Лозовский

*Лаборатория-кафедра «Прогностических исследований»  
Института исследований природы времени\**

**Аннотация.** Обоснована следующая гипотеза. На отрезке числовой прямой  $[0,999\dots, 1,000\dots]$  существует: несчетное множество иррациональных чисел вида  $0,999\dots1415926535\dots$ ; конечное множество рациональных чисел вида  $0,999\dots$ ; всюду плотное множество метарациональных чисел вида  $0,999\dots5$ . Выявлено существование промежуточного по мощности множества метарациональных чисел между множеством рациональных чисел и множеством иррациональных чисел. В физике также присутствуют: непрерывная материальная среда; дискретное множество частиц вещества и излучения; промежуточное множество П-фотонов де Бройля как элементов гравитационных взаимодействий между реальными частицами и средой. Показано, что множество всех метарациональных чисел и множество всех П-фотонов находятся во взаимно однозначном соответствии.

**Ключевые слова:** актуальная и потенциальная бесконечность, мощность множества, взаимно однозначное соответствие, квантование гравитации, фундаментальные взаимодействия, мировая материальная среда

### Вводные замечания

Р. Декарт утверждал: сам Бог показал нам, что Он расположил все вещи по числу, весу и мере, следуя вечным истинам. Первая проблема Гильберта (континуум-гипотеза Г. Кантора) имеет почти полуторавековую историю, но глубокий и междисциплинарный анализ математиками этой проблемы уступает место более практическим задачам. Проблема квантования гравитации не менее актуальна для физиков, что также не случайно, ведь в обоих случаях необходимы совершенно новые и нетривиальные подходы к решению этих двух различных проблем. Мы предлагаем эвристическое разрешение первой проблемы Гильберта на основе различения потенциальной и актуальной бесконечности и допущения существования иного поколения чисел: метарациональных. В физике также существует неортодоксальный подход, согласно которому гравитация квантуется более мелкими порциями энергии, чем постоянная Планка, а именно продольными фотонами де Бройля, энергия которых представляет совершенно ничтожную по сравнению с  $h$  величину, то есть  $hN$ .

---

\* URL: <http://www.chronos.msu.ru/ru/rindex>

Оба обозначенных нами выше подхода, как в математике к проблеме континуум-гипотезы, так и в физике к проблеме квантования гравитации, неожиданно оказались следующим образом связанными между собой в основаниях математики. Множество всех метарациональных чисел и множество всех гравитационных взаимодействий во Вселенной математически равноможны промежуточному множеству между счетным множеством и множеством мощности континуума. К тому же и с философской точки зрения совершенно закономерно должен существовать переходный, промежуточный тип реальности, который обладает гибридными свойствами по отношению к двум противоположным.

Известно, что еще в XIX в. математиками часто игнорировался как незаконный континуум иррациональных чисел, а в XX в. это же случилось и с непрерывной мировой материальной средой (эфиром). Например, Л. Кронекер стремился заменить алгебру иррациональных чисел «чистой арифметикой» полиномов натуральных чисел, и ему приписывают известное высказывание: «Бог создал натуральные числа, все остальное – дело рук человеческих». Но существует и следующий более взвешенный подход к отрицанию какой-либо реальности, некий аналог «срединного пути» в восточной философии. М. Хайдеггер отмечал: «если мы нечто отрицаем так, что не просто исключаем, а, скорее, фиксируем в смысле недостачи, то такое отрицание называют привацией (Privtion)». Привация в широком гносеологическом смысле – это недостаток, пробел теории для объяснения чего-либо. Недостатком числовой прямой, без её расширения метарациональными числами является отсутствие всюду плотности множества рациональных чисел на отрезке  $[0,9; 1,0]$ . А ведь исключительно этот отрезок, и только в десятичном представлении, показывает нам подобный недостаток стандартной числовой прямой.

Недостаток теории гравитации, то есть общей теории относительности (ОТО), – это принципиальная неквантуемость гравитационного взаимодействия и, соответственно, невозможность включения гравитации в стандартную модель элементарных частиц (СМ). Этот факт указывает на явную неполноту и необходимость расширения такой модели физической реальности, как СМ [1]. При этом недостаток ОТО (это мы покажем ниже) заключается как в противоречии пространства-времени эксперименту, так и в необоснованной замене в ОТО пространством-временем мировой материальной среды. Однако указанные недостатки физического релятивизма, даже прибегнув к привации, устранить невозможно.

### **Различение актуальной и потенциальной бесконечности**

Обратимся к основаниям математики. По поводу неразличения математиками мощности множества знаков периодических и непериодических десятичных дробей А.А. Зенкин пишет: «есть... конечный символ... конечного алфавита десятичных знаков соответствующих бесконечных последовательностей 3,1415..., 2, 7182..., 1,4142... (здесь и далее целую часть мы

игнорируем, чтобы не выйти за пределы отрезка  $[0,1]$ ), – работающая с неизменной эффективностью математика полностью игнорирует важнейший с точки зрения философии (и классической теории множеств) вопрос о том, является ли бесконечный денотат действительного числа актуально-бесконечным... или же он является потенциально бесконечным» [2. С. 185].

Со своей стороны С.В. Ларин, указывая на необходимость другой трактовки понятия представимости действительного числа десятичной дробью, строго математически обосновывает то, что: «...в записи  $0, c_1, c_2...$  девятка не может повторяться бесконечное число раз подряд» [3. С. 78–79]. Но часто математики необоснованно полагают, что если между числами  $0, (9)$  и  $1, (0)$  невозможно вообразить какое-либо действительное число, то сами эти числа:  $0, (9)$  и  $1, (0)$  – представляют собой одно и то же число (?).

Мы предлагаем рассмотреть не ортодоксальную гипотезу, базирующуюся на следующей аксиоме, которая лежит в основании математики: *потенциально бесконечное множество знаков периодической дроби имеет мощность конечного множества, а актуально бесконечное множество знаков непериодической дроби имеет мощность счетного, актуально бесконечного множества* [4. С. 213–218]. Аксиома названа в честь деда автора статьи, Максима Семеновича Лозовского, который будучи инвалидом ушел в ополчение и вместе со своим полком героически погиб в окружении под Синявино в сентябре 1942 г. Аксиома Лозовского оказалась плодотворна. Исходя из этой аксиомы, в частности, нами позднее была предложена следующая *гипотеза определения нормальности иррационального числа*.

1. Взаимно однозначное соответствие части целому в актуально бесконечном множестве десятичных знаков непериодической дроби обуславливает нормальность иррационального числа.

2. Иррациональное число нормально к основанию 10, если в вычислительном эксперименте выявляется каждая из лежащих в основании этого числа десяти цифр.

3. Обнаруживаемые отклонения от абсолютно равномерной частоты цифр и их последовательностей несут информационную нагрузку и требуют осмысления [5. С. 62–64]. Из аксиомы Лозовского следует и гипотеза существования чисел нового поколения – метарациональных.

### **Гипотеза существования множества метарациональных чисел**

Формулировка гипотезы следующая. *На отрезке числовой прямой  $[0,999..., 1,000...]$  существует: а) несчетное множество иррациональных чисел вида  $0,999...1415926535...$ ; конечное множество рациональных чисел вида  $0,999...$ ; всюду плотное множество метарациональных чисел вида  $0,999...5$ .* Для обоснования этой гипотезы рассмотрим отрезок числовой прямой  $[0,999..., 1,000...]$  и проведем детальный анализ предлагаемой гипотезы. «Выпишем бесконечную десятичную дробь  $0,999...$  Здесь после нуля идет бесконечная последовательность девяток. Из арифметики хорошо известно,

что эта десятичная дробь равна 1. Точный математический смысл этого утверждения основан на рассмотрении бесконечной последовательности  $S_1 = 0,9, S_2 = 0,99\dots, S_n, \dots$  [6. С. 24]. Далее мы рассуждаем в соответствии с обозначенной логикой Л.С. Понтрягина.

1. *Равенство  $0,999\dots = 1,000\dots$  нельзя понимать буквально, то есть как равенство этих чисел на числовой прямой.* Необходимо различать нетождественные друг другу понятия:

а) конвенциональное представление числа  $1,000\dots$  дробью  $0,999\dots$ ;

б) неравенство значений на числовой прямой чисел  $1,000\dots$  и  $0,999\dots$ . Ведь точный смысл равенства  $0,999\dots = 1,000\dots$  в том, что потенциально бесконечная последовательность:  $S_1 = 0,9, S_2 = 0,99\dots, S_n, \dots$ , как величина, сходится к 1. Однако не существует числа  $s$ , к которому бы сходилась последовательность у непериодической дроби (см. [6. С. 24–27]). Только в силу подобного рассуждения достигается единственность значения всякого действительного числа, представленного десятичной дробью.

2. Дробь  $0,999\dots$  – есть действительное число на числовой оси. *Всякое действительное число можно записать в виде десятичной дроби, а множество всех действительных чисел можно описать как совокупность всех десятичных дробей* – это справедливо отмечает Л.С. Понтрягин (см. [6. С. 55–56]). Но между числами  $0,999\dots$  и  $1,000\dots$  на числовой прямой присутствует множество других чисел, среди которых и такое, как их среднее арифметическое:  $0,9\dots5$ . Рассмотрим это особенно интересующее нас, пока только гипотетически существующее, число.

3. *Число  $0,9\dots5$  – не есть рациональное число*, так как его невозможно представить в виде обыкновенной дроби с целым числом в числителе и натуральным числом в знаменателе, а также ввиду того, что не существует числа  $s$ , к которому бы сходилась последовательность чисел у дроби  $0,9\dots5$ .

4. *Число  $0,9\dots5$  – не есть иррациональное число*, так как оно не имеет актуально бесконечного множества знаков после запятой, как, например, число  $\pi \approx 3,142\dots$ . Ведь только число, имеющее в десятичном представлении актуально (но не потенциально!) бесконечное множество знаков, является иррациональным.

5. *Число  $0,9\dots5$  определено не есть иррациональное число, но это число не является и вполне рациональным*, так как его не представляет периодическая дробь, но представляет квазибесконечная непериодическая дробь. Ко всякой периодической десятичной дроби после периода, как мы полагаем, может быть добавлена некоторая произвольная конечная последовательность цифр и, таким способом, образовано новое число вида  $0, f_1, f_2\dots f_n$ . Число этого вида образует, таким образом, новое поколение чисел, которое мы назовем метарациональными.

6. В актуально бесконечном множестве знаков непериодической дроби, представляющей собой нормальное иррациональное число, любая потенциально бесконечная последовательность цифр (в том числе одинаковых) может встретиться *на любом месте*. Таким образом, если определено существует иррациональное число, например,  $0,9\dots141\dots$  и если мы допускаем то, что

существует рациональное число  $0,9\dots$ , то мы обязаны будем *допустить существование и мета рационального числа вида  $0,9\dots 141$* .

7. Имеется, однако, возражение относительно существования метарационального числа. Оно сводится к тому, что метарациональное число не выявляет двоичная форма записи чисел, то есть метарациональные числа в двоичной форме записи не определяются. Но, по нашему глубокому убеждению, этот факт указывает только на то, что *двоичная запись не является исчерпывающей*, то есть *полной*, так как она не фиксирует метарациональные числа и, соответственно, не заполняет существующие пробелы между рациональными числами на числовой прямой.

Примем следующее определение: *метарациональное число – это действительное число, которое, являясь не вполне рациональным, при этом не является и иррациональным числом*. Итак: действительные числа заполняют промежутки между рациональными числами, в целом представляя собой ту непрерывную среду, в которую помещены рациональные числа. Мы полагаем, что действительное метарациональное число должно существовать в силу следующих логических и математических обстоятельств.

1. *Между двумя близкими рациональными числами во всюду плотном множестве на числовой прямой обязательно должно быть рациональное число или близкое к нему по свойствам, то есть метарациональное число.*

2. *Потенциально бесконечная периодическая десятичная дробь имеет конечное по мощности и неопределенно большое потенциально бесконечное множество знаков. К потенциально бесконечной периодической дроби справа после периода всегда допустимо добавить еще цифру, отличную от значения периода, и так образовать новое число.*

3. *Между любыми двумя сколь угодно близкими рациональными числами присутствует среднее арифметическое этих чисел, выражаемое только метарациональным числом вида  $0, f_1, f_2\dots f_n$ .*

4. *Значение всякого действительного числа с необходимостью должно быть единственным, а каждое из чисел, включая числа  $0,999\dots$  и  $1,000\dots$ , представляет только самое себя.*

5. Иррациональное число, например:  $0,9\dots 3142\dots$ , имеет право на существование, но важно оговорить то, что в этом числе после цифры 9 знак (...) означает потенциально бесконечное, а после цифры 2, знак (...), соответственно, означает актуально бесконечное множество знаков. *Неоднозначность в математике ныне существует не в представлении значения числа 1, а в представлении знака (...).*

6. *Непериодическую десятичную актуально бесконечную дробь всегда можно непротиворечиво сократить до конечной десятичной дроби, которая является её приближенным значением, как допустимо, например, сократить до приближенного значения число  $\pi \approx 3,142$ .*

7. Непериодическую актуально бесконечную дробь всегда можно непротиворечиво представить, как:

а) актуально бесконечную и несократимую  $0, 9\dots 3142\dots$ ;

б) укороченную (сокращенную) до квазibesконечной непериодической дроби;  $0,9\dots3142$ ;

в) укороченную (сокращенную) до периодической дроби  $0,9\dots$ . Ведь *последовательность конечных десятичных дробей всегда может быть получена из бесконечной десятичной дроби* (см. [6. С. 55–56]). Но какова мощность множества метарациональных чисел?

1. Исходя из анализа с привлечением диагонального метода Г. Кантора: *множество метарациональных чисел не является счетным*. Ведь, начав процесс счета, мы сможем продолжать его сколь угодно долго, однако в нём ни на одном шаге не будет иррациональных чисел с актуально бесконечным множеством знаков в десятичной записи, а также не будет чисел даже с единственной цифрой после потенциально бесконечного множества одинаковых цифр, например, числа  $0,999\dots5$ . При этом у нас в процессе счета всегда будет присутствовать последующее рациональное число, не подходящее к предыдущим ячейкам, и всегда будет присутствовать номер для этого рационального числа. Однако номер для иррационального числа всегда будет отсутствовать. Все это логически вовсе не означает того, что кроме рациональных чисел на числовой прямой существуют исключительно иррациональные числа. Для метарационального числа характерно то, что оно в десятичном представлении имеет конечное по мощности множество знаков после периода, однако при любом длительном счете мы не обнаружим для этого числа места в диагональной таблице... Но *метарациональное число имеет право существовать на том же самом логическом основании, что и иррациональное число, относясь к несчетному множеству*.

2. Актуально бесконечная непериодическая дробь, представляющая нормальное иррациональное число, логически имеет следующую структуру, состоящую:

- а) из актуально бесконечной последовательности различных цифр;
- б) из сколь угодно больших (потенциально бесконечных) последовательностей одинаковых цифр.

3. *Множество метарациональных чисел на числовой прямой представляет всюду плотное, несчетное множество, однако это множество не имеет мощности континуума*.

4. В системе метарациональных чисел, возможно, допустимы те же действия, что и в системе целых чисел, но только с числами, расположенными справа от периодической части этого числа в десятичной записи, то есть сложение и умножение, вычитание и деление. Но, возможно, обычная арифметика в данном случае полностью не подходит: операции сложения и умножения, а также всю метрику пространства необходимо будет определять по отношению к метарациональным числам заново, как это делается, например, в теории  $p$ -адических чисел.

5. *Существование вполне упорядоченного множества метарациональных чисел не зависит от системы аксиом Цермело – Френкеля как с аксиомой выбора (ZFC), так и без неё (ZF); но при этом оно не совместимо с континуум-гипотезой Кантора*.

Какова польза гипотезы существования множества метарациональных чисел?

1. Гипотеза относительно заполняет пробелы на числовой прямой, а ведь сечение Дедекинда рациональным числом связано с пробелами, то есть при нем отсутствуют граничные элементы.

2. Гипотеза объясняет полное отсутствие пробелов и наличие единственного граничного элемента при сечении Дедекинда иррациональным числом, таким, что: только иррациональное число, в десятичном представлении которого актуально бесконечное множество знаков, – актуально и до основания «рассекает» континуум.

3. *Гипотеза логически необходима для того, чтобы во всюду плотном объединенном множестве рациональных и метарациональных чисел числовой прямой на отрезке  $[0,999\dots, 1,000\dots]$  между этими двумя числами существовало бы бесконечное множество других чисел.*

4. Гипотеза устраняет известную неоднозначность при буквальном понимании равенства значений двух различных чисел на числовой прямой:  $1 = 1,000\dots$  и  $1 = 0,999\dots$ . Ведь потенциально бесконечная десятичная дробь не имеет бесконечного актуально «хвоста» из девяток. Предположение, что в записи  $0, c_1c_2\dots$  девятка присутствует *актуально*, но не *потенциально* бесконечное множество раз несостоятельно потому, что *значение дроби как действительное число  $0,999\dots$  никогда не станет смежным или равным значению дроби и действительному числу  $1, 000\dots$*

### Континуум-гипотеза Кантора и её решение

В результате нашего исследования мы закономерно пришли к следующему заключению: континуум-гипотеза верна, если не существует метарационального числа, и континуум-гипотеза неверна, если существует метарациональное число. Метарациональное число – это своеобразная «лакмусовая бумажка» для континуум-гипотезы. Мы гипотетически допускаем существование множества промежуточной мощности – множества метарациональных чисел, представляемых квазибесконечными непериодическими десятичными дробями, то есть множество  $T$ ,  $N \subset T \subset R$ , которое не эквивалентно ни  $N$ , ни  $R$ . В этом случае задача сводится к тому, чтобы установить: *существует ли подобное множество промежуточной мощности, которое не эквивалентно ни  $N$ , ни  $R$  на отрезке числовой прямой  $[0,1]$ ?* Но ведь наша гипотеза существования метарациональных чисел исходит как раз из рассмотрения отрезка  $[0, (9), 1, (0)]$ , который является частью отрезка  $[0,1]$ !

Известно, что в 1936 г. К. Гёдель и в 1963 г. П. Коэн показали: континуум-гипотеза неразрешима в теоретико-множественной аксиоматике Цермело – Френкеля. В.В. Целищев, комментируя эту ситуацию, утверждает: оказалось, что непротиворечивы оба варианта теории множеств, то есть признающий континуум-гипотезу и отрицающий её и в результате мы имеем две теории множеств при том, что *«нынешние математики в целом не разделяют убеждения Кантора в правильности континуум-гипотезы»* (выделено нами. –

М.Г.-Л.) [7. С. 39–53]. Если это заключение В.В. Целищева соответствует действительности, то наша гипотеза должна быть вполне востребована математиками, проблема только в том, чтобы они с нею ознакомились, ибо любое посягательство философов на решение проблем в основаниях математики, математиками же воспринимается очень болезненно и часто ими игнорируется.

Таким образом, первая проблема Гильберта, см. [8. С. 23–25, 67–82], по нашему мнению, находится в русле различения актуальной и потенциальной бесконечностей, обобщения понятия рационального числа, и она зависит от ответа на следующие очень непростые вопросы. *Существует ли отрезок числовой прямой  $[0,999\dots, 1,000\dots]$ , и если он существует, то присутствуют ли на нем числа иного поколения, то есть метарациональные:  $0,999\dots1$ ;  $0,999\dots2$ ;  $0,999\dots3$ ; ... и если такие числа существуют, то обладает ли их множество промежуточной мощностью между счетным множеством и континуумом?* Мы вполне обоснованно даем положительный ответ на все эти поставленные вопросы. Еще раз обратимся к ключевым моментам наших рассуждений.

1. *Всякое рациональное и всякое метарациональное число может быть производно от иррационального числа* путем, образно выражаясь, «отсечения актуально бесконечного хвоста знаков после запятой» в десятичном представлении иррационального числа.

2. *Множество знаков иррационального числа*, например числа  $0,999\dots14159\dots = 0, (9)14159\dots$  актуально бесконечно. Множество знаков рационального числа, например числа  $0,999\dots$  потенциально бесконечно. Множество знаков метарационального числа, например числа  $0, 999\dots14159$  – содержит потенциально бесконечное множество знаков плюс «довесок» в виде конечного множества знаков.

3. *Квазибесконечное множество знаков метарационального числа по мощности является конечным и промежуточным* между счетным актуально бесконечным множеством знаков иррационального числа и потенциально бесконечным множеством (имеющим мощность конечного множества) знаков числа рационального.

4. На основании всех наших рассуждений можно непротиворечиво допустить: *множество рациональных чисел счетное; множество иррациональных чисел имеет мощность континуума; множество метарациональных чисел по мощности является промежуточным между счетным множеством рациональных чисел и несчетным множеством иррациональных чисел* [9. С. 9–23].

### **Проблема квантования гравитации: концептуальное решение**

Нобелевский лауреат Р. Лафлин пишет: «Точка зрения, что пространство-время, не будучи субстанцией, обладает субстанционально-подобными свойствами, ни логически, ни в последовательно-физическом плане не согласуется с фактами. Вместо этого она представляет собой идеологию,

выросшую на почве старых споров по поводу законности теории относительности... Я подозреваю, что все выдающиеся проблемы в физике, включая квантовую гравитацию, по сути связаны с такими коллективными явлениями, которые нельзя вывести из свойств составляющих систему частей». «А в общем и целом концепция Большого взрыва бессмысленна, поскольку не удовлетворяет критерию фальсифицируемости» (цит. по [10. С. 113–116]). В соответствии с противоположной точкой зрения, например, Л.Г. Антипенко полагает, что синтез квантовой теории и теории гравитации может выполнить только гиперболическая геометрия Лобачевского [10. С. 112–124].

Известно, что квантовая механика в отличие от ОТО описывает события в выделенном времени. При этом физическое время, в отличие от реального пространства, не непрерывно, а ведь «...в одну телегу впрячь не можно коня и трепетную лань...». Как допустимо в принципе объединить теории, в одной из которых время «внешнее», а в другой – «встроенное»? Известно, что Э. Шредингер по этому поводу заметил: «Выделенный характер времени делает квантовую механику в её современной интерпретации от начала и до конца нерелятивистской теорией» [11. С. 265].

Однако попытки по созданию единой теории всех фундаментальных взаимодействий на релятивистских основаниях не прекращаются. Среди попыток объединения квантовой теории и теории гравитации больше всего известна теория струн. Её предпосылка проста: всё состоит из маленьких одномерных струн. Струны могут быть замкнуты или разомкнуты; они могут вибрировать, растягиваться, объединяться или распадаться, чем и объясняются пространство-время и все фундаментальные взаимодействия. Конкурирующая в рамках этого подхода с теорией струн петлевая квантовая гравитация (ПКГ) предполагает существование материи в пространстве-времени, которое само есть *сеть*. Плавный фон ОТО в ПКГ заменяется пространственно-временными узлами и звеньями, которые, обладая квантовыми свойствами, квантуются. Оба подхода иногда пытаются объединить, но результат совершенно закономерно отсутствует...

Итак: все попытки объединить ОТО и квантовую механику оказались безуспешными. Например, известно, что измеренное значение космологической постоянной, которую допустимо трактовать как величину, характеризующую в ОТО свойства вакуума, оказалось на 122 порядка меньше значения планковской энергии, связанной, как полагают, с квантовыми флуктуациями вакуума. Ли Смолин называет ситуацию с этой проблемой «худшим теоретическим предсказанием в истории физики» [12]. Ведь у физиков действительно нет теории, способной однозначно ответить на вопрос: почему реальная космологическая постоянная так мала? Не говорит ли это о том, что за пределами стандартной модели элементарных частиц (СМ) существует физика более низких масштабов энергий, до которых необходимо расширить саму СМ? И не ставит ли подобный парадоксальный экспериментальный результат перед теоретиками задачу расторгнуть «неравный брак» СМ и физического релятивизма с его «эмпирически невесомой» космологией?

В этом контексте мы полагаем, что гравитация квантуется, но квантуется значительно более мелкими порциями, чем постоянная Планка. Помимо известных науке энергетических процессов, в соответствии с работами, например, А.Г. Шленова, основанными на общих идеях де Бройля: движущийся в свободном пространстве микрообъект (фотон, нейтрино, протон, электрон и т.д.) на каждом отрезке, равном длине волны де Бройля, теряет в космической среде энергию  $hN$ , равную энергии продольного фотона де Бройля (П-фотона). Образующийся в результате этого избыток П-фотонов поглощается веществом – пропорционально массе с учетом энергии связи и дефекта массы. Космологическое красное смещение А.Г. Шленов аргументированно объясняет старением фотонов, а микроволновый фон – излучением межгалактического вещества [13. С. 6]. Допустим гипотеза Шленова – де Бройля в основном и главном справедлива. В этом случае наша гипотеза, развивающая эту идею, следующая.

Резонно предположить, что в Метагалактике, как в конечной реальности, конечное множество П-фотонов математически мощнее конечного множества вообще всех иных существующих частиц вещества и излучения, а множество элементов всепроникающей мировой материальной среды имеет мощность континуума. Мерой гравитационного взаимодействия со средой выступает П-фотон, который в некотором отношении аналогичен предложенному физиками-теоретиками гравитону, но предположительно П-фотон реализует гравитацию за счет эффекта экранирования телами друг друга.

Допустим следующее: множество всех П-фотонов во Вселенной и множество всех метарациональных чисел на числовой прямой находятся во взаимно однозначном соответствии. При этом счетное множество рациональных чисел не является правильной частью объединенного множества рациональных и мета рациональных чисел. Подобно этому во Вселенной в целом счетное множество поперечных фотонов не является правильной частью объединенного множества поперечных и П-фотонов. Однако обратимся к анализу сущности и свойств среды, реальным посредником гравитационного взаимодействия с которой предполагается П-фотон.

### **Математический континуум и мировая материальная среда**

Волновая оптика еще в XIX в. с необходимостью предполагала наличие сплошной упругой среды, заполняющей пространство между источником и приемником света. Но в конце XIX в. на основании известных экспериментов Майкельсона – Морли концепция классического механического эфира была отброшена. Однако, как справедливо утверждал Дж. Уилер: «Не может быть теории, объясняющей электромагнетизм, которая имеет дело лишь с частицами». При этом эфир не обязан обладать всеми предполагаемыми физиками-теоретиками свойствами. Микроволновый фон, как выделенная система отсчета и аналог системы отсчета, связанной с эфиром, значительно позднее был обнаружен в 1940 г. А. Пензиасом и Р. Уилсоном, а ведь подобное явно противоречило специальной теории относительности. К тому

же реальное пространство логически не может быть абсолютно пустым, а поле – это лишь относительно приближенное к действительности средство описания материальной среды, но не субстанция. В итоге: в XX в. физика все же вынужденно признала аналог эфира – квантовый вакуум. Это был компромисс.

В настоящее время в физике вакуум определяется как наименьшее энергетическое состояние системы квантовых полей при отсутствии реальных частиц, состояние, которое обладает энергией нулевых колебаний. И.В. Архангельская, И.Л. Розенталь, А.Д. Чернин пишет: «Откуда вообще берется энергия вакуума? ...Отсутствие такой энергии означало бы, что точно задан как импульс объекта (равный нулю), так и его координата, которая в этом случае соответствовала бы точке минимума потенциальной энергии. Однако возникновение такой ситуации противоречит... принципу неопределенности Гейзенберга». Какова же энергия вакуума? «Но реально подсчитать соответствующую суммарную плотность энергии, связанную с нулевыми колебаниями, квантовая теория поля... не позволяет. Если рассмотреть ансамбль квантовых осцилляторов в качестве модели физических полей и суммировать энергию нулевых колебаний по всем возможным частотам вплоть до бесконечности, то результатом будет бесконечная энергия и бесконечная плотность энергии вакуума. Чтобы избежать таких расхождений, прибегают к ограничению диапазона частот сверху на некотором значении частоты, которое принимается за предельное» [14. С. 137–139]. Мы полагаем, чтобы избежать расхождений, нужно сделать два необходимых концептуально допущения: признать потенциально бесконечно богатую энергией, непрерывную мировую материальную среду и полное отсутствие в природе бесструктурных частиц.

Но от какого решающего эксперимента зависит ответ на вопрос: что в действительности является фундаментальной космической средой, а именно – пространственно-временной континуум или материя? Мы полагаем, что в физической реальности логически должна существовать инвариантность пространственно-временных масштабов и неинвариантность пространственно-временных интервалов, а третьего не дано. Основанием для подобного безальтернативного заключения выступают различные, но пока малоизвестные эксперименты, подтверждающие справедливость классического принципа сложения скоростей  $c + v$  в астрономических системах [15. С. 85–104]. Если эти эксперименты физиками будут тщательно перепроверены и подтвердятся в независимых условиях, то пространственно-временной континуум ОТО должен быть решительно устранен из теорий фундаментальных взаимодействий, а его место окончательно должна занять мировая материальная среда. Конечно, классический механический эфир конца XIX в. морально безнадежно устарел и должен быть переосмыслен, понят и принят физиками как неозфир первой половины XXI в.

Однако что общего между математическим континуумом и мировой материальной средой? Известно, что в математике числовой континуум опреде-

ляется как совокупность всех действительных чисел, без оставления возможности добавлять к нему новые числа. При этом только множество элементов среды, заполняющей реальное пространство, взаимно однозначно соответствует множеству иррациональных точек, заполняющих числовую прямую действительных чисел. Если бы было *дискретным* реальное пространство, то в микромире не наблюдались бы *дискретные* траектории всех фундаментальных частиц, а если бы было *непрерывным* физическое время, то мы бы никогда и ничего не дождались. Между пространством и временем отсутствует взаимно однозначное соответствие. Далее: неоэфир невозможно проквантовать, а его элементы представляют собой границы всех других материальных объектов. Таким образом, только неоэфир как среда и реальное пространство имеют свойство континуума, а частицы, физические взаимодействия, движение и время этого свойства не имеют.

Но какова математическая сущность неоэфира? Ю.С. Владимиров полагает, что энергия испущенного, но еще не поглощенного излучения распределена в отношениях между зарядами – возможными поглотителями. Рассмотрим с позиций теории множеств модель электромагнитного взаимодействия в рамках реляционной парадигмы Ю.С. Владимирова [16].

1. Существует один излучатель одиночного фотона и один его поглотитель. Последовательно присвоим всем излучателям номера в виде натуральных чисел:  $\{1, 3, 5, \dots\}$ ; всем поглотителям номера в виде отрицательных чисел:  $\{-1, -2, -3, \dots\}$ ; а взаимодействия между ними последовательно обозначим четными натуральными числами  $\{2, 4, 6, \dots\}$ .

2. Допустим, что всё объединенное множество излучателей и поглотителей в бесконечной Вселенной, а также взаимодействий между ними имеет мощность счетного множества.

3. Но всякая частица кроме электромагнитных взаимодействий реализует еще и гравитационные взаимодействия, которые мы не учли при подсчете взаимодействий между излучателями и поглотителями.

4. С чем же, кроме как друг с другом, взаимодействуют частицы? Частицы взаимодействуют с неоэфиром, который имеет математическую мощность континуума.

5. Геометрическая модель неоэфира – есть мыслимые точки внутри частиц и вне частиц, точки, которых естественно больше, чем самих частиц, а реальный микрообъект – это часть неоэфира, математическим аналогом которого является числовая прямая [17].

### Возможные выводы и обобщения

Мы имеем в основаниях математики закономерность существования: промежуточного по мощности несчетного множества метарациональных чисел между счетным множеством рациональных чисел и несчетным множеством иррациональных чисел. Мы также имеем определенную закономерность в основаниях физики, а именно закономерность существования:

а) непрерывной мировой материальной среды;

б) дискретного множества частиц вещества (антивещества) и излучения;  
 в) в физическом смысле промежуточного множества  $\Pi$ -фотонов как множества элементов гравитационных взаимодействий между частицами и средой.

При этом по нашему допущению: *множество всех метарациональных чисел и множество всех  $\Pi$ -фотонов находятся во взаимно однозначном соответствии.*

Вообще промежуточную, переходную как математическую, так и физическую реальность допустимо трактовать достаточно широко. Например, потенциально бесконечное множество знаков квазибесконечной непериодической дроби, представляющей метарациональное число, проявляет признак конечного (конечная мощность) и признак актуально бесконечного (неограниченное множество одинаковых знаков). Множество всех метарациональных чисел проявляет признак непрерывности (несчетность) и признак дискретности (отсутствие мощности континуума). Множество гравитационных взаимодействий в Метагалактике проявляет признак дискретности (квантуемость мелкими порциями) и признак непрерывности (более высокая плотность в пространстве относительно вещества, излучения и других взаимодействий, на что, в частности, указывает наличие гравитационного потенциала в сколь угодно малом объеме реального пространства).

Попутно проиллюстрируем тезис о наличии промежуточной реальности на примере предложенной нами ранее теории барионной симметрии (ТБС). В кратком изложении тезисы этой теории следующие.

1. В актуально бесконечной Вселенной счетное множество нуклонов взаимно однозначно соответствует счетному множеству антинуклонов.

2. Пространственное распределение плотностей нуклонов и антинуклонов во Вселенной не случайно.

3. Величина плотности равномерного пространственного распределения нуклонов значительно превышает величину плотности равномерного пространственного распределения антинуклонов во Вселенной.

4. Закон сохранения барионного числа (заряда) во Вселенной выполняется абсолютно, но его реализация не ограничивается пределами Метагалактики.

5. Рождение (самораспад) нуклона в пределах Метагалактики сопровождается одновременным рождением (самораспадом) антинуклона за пределами Метагалактики. Экспериментально ТБС предсказывает следующее:

1) будет экспериментально обнаружен самораспад протона и очень вероятно, что в самом долгоживущем элементе, то есть теллуре ( $^{128}\text{Te}$ );

2) не будут экспериментально обнаружены нейтрон-антинейтронные осцилляции;

3) не будет обнаружено процессов, нарушающих сохранение общего лептонного числа, которое не зависит от поколения частиц [18. С. 46–51].

Легко заметить, что основная идея ТБС заключается в том, что во Вселенной существуют мгновенные и нелокальные связи между частицами и античастицами, то есть вневременные корреляции их запутанных состояний,

которые являются промежуточным звеном между разнесенными даже на бесконечные расстояния объектами. В общем, вероятно, можно говорить об онтологическом принципе опосредованности реальностей-антагонистов: *противоположные реальности с необходимостью имеют посредника, который обладает некоторыми свойствами исходных реальностей.*

## Литература

1. Борисов А. О., Долгополов М. В., Рыкова Э. Н. Сценарии бариогенеза и необходимость расширения стандартной модели // Известия Самарского научного центра РАН. 2008. Т. 10, № 3. С. 753–761.
2. Бесконечность в математике, логике и философии / под ред. А. Г. Барабашева. М., 1997. С. 185.
3. Ларин С. В. Числовые системы. М.: Академия, 2001. С. 78–79.
4. Годарев-Лозовский М. Г. Метатеоретическая аксиома о различной мощности множества знаков периодической и непериодической дробей, её основные следствия // IV Российская конференция Основания фундаментальной физики и математики. ОФФМ – 2020. Материалы конференции 11–12 декабря 2020 года. М.: РУДН, 2020. С. 213–218.
5. Годарев-Лозовский М. Г. Гипотеза нормальности числа // Девятая Международная научно-практическая конференция: Философия и культура информационного общества. 18–20 ноября 2021 г.: тезисы докладов. СПб.: ГУАП. 2021. С. 62–64.
6. Понтрягин Л. С. Десятичные дроби. Построение действительного числа // Анализ бесконечно малых. М.: URSS, 2017. С. 24–27; 55–56.
7. Целищев В. В. Неопределенность в самой точной из наук: континуум гипотеза и аксиома конструируемости // Философия науки. 2002. № 4 (15). С. 39–53.
8. Проблемы Гильберта / под общей ред. П. С. Александрова. ИСФАРА, 2000. С. 23–25; 67–82.
9. Годарев-Лозовский М. Г. Философское решение первой проблемы Гильберта // Socio Time / Социальное время. 2023. № 3 (35). С. 9–23. DOI: 10.25686/2410-0773.2023.3.9
10. Антипенко Л. Г. Проблема квантово-физической реальности. От реальности электрона до реальности Вселенной. Философско-онтологический анализ. М.: URSS, 2023. С. 112–124.
11. Шредингер Э. Специальная теория относительности и квантовая механика // Эйнштейновский сборник. М.: Наука, 1982–1983. С. 265.
12. Smolin Lee. The trouble with physics: the rise of string theory, the fall of a science, and what comes next. Boston: Houghton Mifflin, 2006. ISBN 9780618551057
13. Шленов А. Г. Микромир. Вселенная. Жизнь. СПб.: ГМТУ, 1995.
14. Архангельская И. В., Розенталь И. Л., Чернин А. Д. Космология и физический вакуум. М.: URSS, 2006. С. 137–139.
15. Толчельникова-Мурри С. А. Радарные наблюдения Венеры как практическая проверка СТО // Известия ВУЗов. Геодезия и аэрофотосъемка. 2001. № 6. С. 85–104.
16. Владимиров Ю. С. Метафизика реляционной картины микромира // Метафизика. 2022. № 4 (46). С. 8–21. DOI: 10.22363/2224-7580-2022-4-8-21. ISSN 2224-7580 8
17. Годарев-Лозовский М. Г. Онтологический треугольник реляционной парадигмы // Метафизика. 2021. № 2 (40). С. 24–38. DOI: 10.22363/2224-7580-2021-2-24-38
18. Годарев-Лозовский М. Г. Теория барионной симметрии // Основания фундаментальной физики и математики: материалы VII Российской конференции (ОФФМ-2023) / под ред. Ю. С. Владимирова, В. А. Панчелюги. М.: РУДН, 2023. С. 46–51.

## CANTOR' CONTINUUM HYPOTHESIS AND THE PROBLEM OF GRAVITY QUANTIZATION

**M.G. Godarev-Lozovsky**

*Laboratory-Department of "Prognostic Studies" of the Institute for the Study  
of the Nature of Time\**

**Abstract.** The following hypothesis is substantiated. On the segment of the numerical line  $[0,999\dots, 1,000\dots]$  there is: a) an uncountable set of irrational numbers of the form  $0.999\dots1415926535\dots$ ; a finite set of rational numbers of the form  $0.999\dots$ ; everywhere a dense set of meta-rational numbers of the form  $0.999\dots5$ . The existence of a set of meta-rational numbers intermediate, in power in power, between a set of rational numbers and a set of irrational numbers, is revealed. In physics, there are also: a continuous material medium; a discrete set of particles of matter and radiation; the intermediate set of de Broglie P-photons, as elements of gravitational interactions between real particles and the medium. It is shown that the set of all meta-rational numbers and the set of all P-photons are in one-to-one correspondence.

**Keywords:** actual and potential infinity, the power of the set, one-to-one correspondence, quantization of gravity, fundamental interactions, the global material environment

---

\* URL: <http://www.chronos.msu.ru/ru/rindex>

DOI: 10.22363/2224-7580-2024-2-67-81  
EDN: YQKDXC

## СЕМАНТИЧЕСКИЕ СЕТИ И НЕДОСТАТОЧНОСТЬ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ НАУЧНЫХ МОДЕЛЕЙ

В.И. Гурьянов\*

*Филиал СПбГЭУ в г. Чебоксары  
Российская Федерация, 428034, Чувашская Республика,  
Чебоксары, Ядринское шоссе, д. 3*

**Аннотация.** В статье выдвигается и обосновывается следующий тезис: математической модели недостаточно для определения научной модели. Научная модель должна включать в себя концептуальную модель и математическую модель, построенную на основе первой. В качестве концептуальной модели предлагается использовать онтологии, которые в Computer Science используются в качестве представления знаний. Показано, что возможно построение онтологий для моделей современной физики, в частности для моделей квантовой механики.

**Ключевые слова:** семантические сети, онтологии, концептуальное моделирование, релятивистские эффекты, квантовые эффекты, онтология квантовой механики, философия науки

### Введение

Математика была и остается основным инструментом теоретических исследований в точных науках, причем математика в значительной степени долгое время развивалась под потребности физики. Однако во второй половине прошлого века появились новые методы теоретического исследования, такие как системный анализ, общая теория систем, семантические сети. По нашему мнению, эти идеи имеет смысл попробовать применить и в фундаментальной физике, поскольку взгляд на проблему под другим углом, как правило, является продуктивным шагом. Одним из таких направлений является онтологический инжиниринг.

Напомним, что термин «онтология» имеет два значения: (а) в философии, область исследования, отвечающая на вопрос «Что существует в реальности?», (б) в Computer Science – один из способов представления знаний для компьютерной обработки. Мы постараемся не смешивать эти два понятия в последующем изложении.

Понятие фрейма в контексте инженерии знаний было предложено Марвином Минским в 70-е гг. XX в. [1]. Фрейм – это абстрактный образ

---

\* E-mail: vg2007sns@rambler.ru

некоторого объекта, который имеет набор слотов. По мере заполнения слотов фрейм становится все более конкретным, пока не станет фреймом-экземпляром. Этот фрейм-экземпляр будет указывать на конкретный предмет реальности. Фреймы образуют семантическую сеть, которая отображает связи между концептами. Онтология – это фреймовая сеть, имеющая иерархическую структуру. Далее, под онтологией мы будем понимать результат декомпозиции системы на подсистемы, описанный фреймовой сетью.

Основная идея этой статьи заключается в следующем: по нашему мнению, научные модели должны быть дополнены концептуальными моделями, которые будут определять онтологию модели (здесь «онтология» понимается в философском смысле). Именно фреймовые сети очень хорошо подходят для этого. Только после этого по концептуальной модели должна строиться математическая модель.

Далее мы попытаемся обосновать эту точку зрения. Сначала мы продемонстрируем, как строятся онтологии в современной физике. Затем покажем необходимость построения онтологий для научных моделей. Рассмотрим процедуру построения математической модели по концептуальной модели. В заключение отметим значимость философии науки для понимания концептуальных моделей.

## 1. Краткий обзор языка UML2 SP

В данной статье для представления концептуальных моделей используется язык UML2 SP (UML Scientific Profile) [2]. Этот язык предназначен для разработки имитационных моделей в рамках методологии разработки программного обеспечения Unified Process (UP) [3]. Сильной стороной языка является концептуальное моделирование. В основе концептуальной модели лежит онтология. Мы считаем вполне обоснованным перенос многочисленных наработок Computer Science в сферу инженерии знаний. Поэтому для построения онтологии используются паттерны проектирования, прежде всего «Composite» [4]. Паттерн «Composite» обеспечивает декомпозицию изучаемой системы на подсистемы вплоть до атомарных объектов. Таким образом, концептуальное моделирование в данном случае – это формализация системного подхода.

Онтология состоит из фреймов и отношений между фреймами. Фреймы в UML SP являются элементами языка UML типа «class», которые имеют стереотипы («...») и помеченные значения (tags). Большая часть стереотипов предназначена для декомпозиции. Из помеченных значений отметим только «Concept» и «Category». Помеченное значение «Concept» используется для назначения предметной семантики фреймам, и используют термины словаря предметной области. Помеченное значение «Category» принимает только два значения: Ontology (значение по умолчанию) и Epistemology. Пример фрейма в нотации UML2 SP приведен на рис. 1.



**Рис. 1. Фрейм Leaf для описания материальной точки (свойства, такие как инертность, наследуются от фрейма Component)**

Атрибуты (слоты) и операции фрейма также имеют стереотипы, поэтому атрибуты и операции имеют помеченные значения и им также необходимо назначать предметную семантику. На диаграммах эти помеченные значения обычно не отображаются, но хранятся в модели.

Отношения между фреймами – это зависимость, наследование, агрегация и композиция. Зависимость – это наиболее общий вид отношений, например использование класса в алгоритмах операций. О наследовании мы скажем подробнее в последующем изложении. Агрегация и композиция – это отношения вида «быть частью», агрегация – компонент, который может быть извлечен или помещен в объект, для композиции этого сделать нельзя.

Кроме диаграмм классов, которые и определяют онтологию, необходимы еще диаграммы коммуникаций. Эти диаграммы описывают порядок обмена сообщениями между объектами (экземплярами классов) и определяют операции классов. Далее, когда мы говорим об алгоритмах, то имеем в виду именно протоколы обмена сообщениями. Собственно говоря, физика определяется именно этими диаграммами. В некотором смысле можно поставить знак равенства между терминами «физический закон» и «протокол».

Для концептуальной модели должно выполняться следующее положение: для каждого элемента модели должен существовать референт в реальности.

## **2. Концептуальная модель пространства и времени в классической физике**

Проблема понимания пространства и времени, безусловно, относится к сфере фундаментальных вопросов физики. Рассмотрим эту тему с точки зрения концептуального моделирования. В данной работе мы будем придерживаться субстанциальной точки зрения на пространство.

Допустим, что необходимо построить концептуальную модель пассажирского поезда, который перемещается из города А в город В. Цель моделирования – регистрация графика движения. Применение паттерна «Composite» позволяет выделить контекст «географический регион», саму систему «поезд, железная дорога», подсистему «пассажирский поезд», атомарные фреймы «локомотив» и «пассажирский вагон». Заметим, что декомпозицию можно было бы продолжить, тогда атомарные фреймы будут другими. Онтология будет иметь вид, как показано на рис. 2.

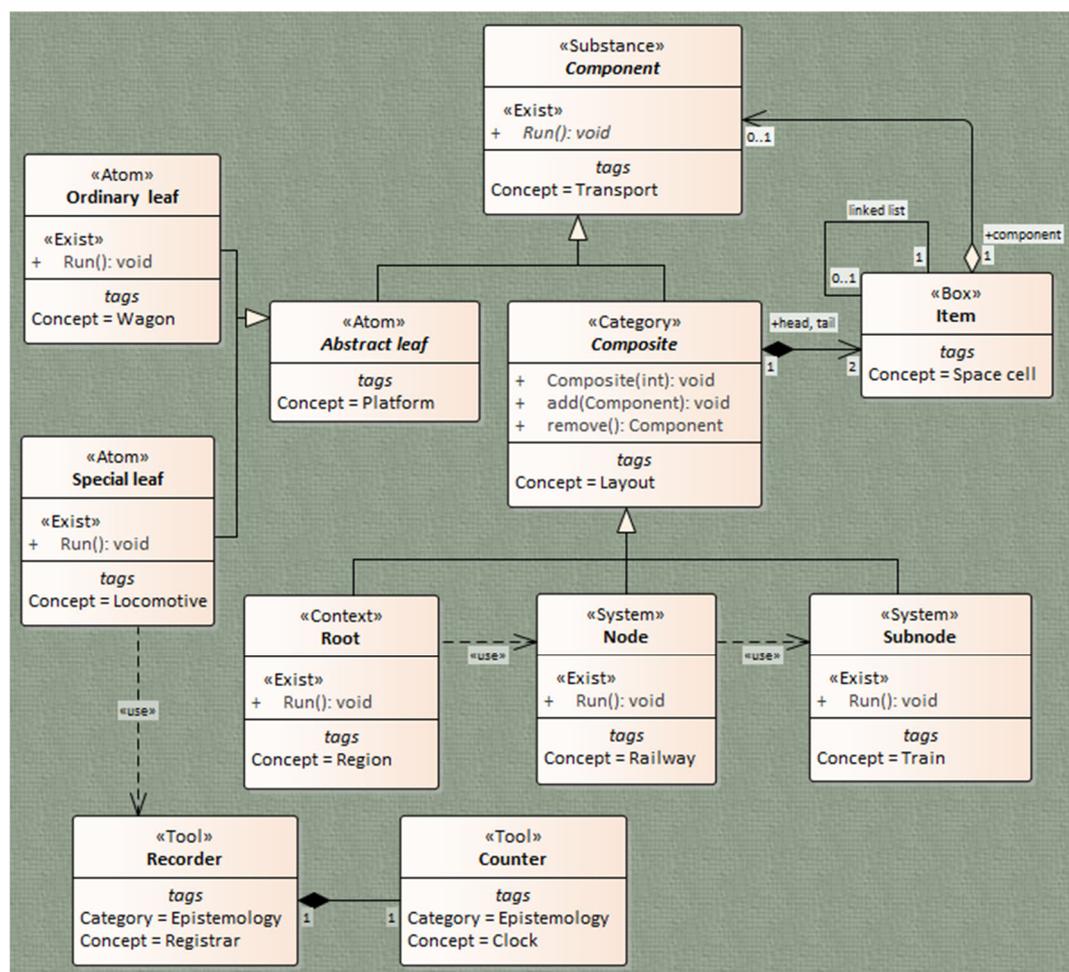


Рис. 2. Онтология концептуальной модели «Восточный экспресс»

Как видно из диаграммы рис. 2, каждая система имеет собственное пространство, поскольку все составные конкретные фреймы являются потомками абстрактного фрейма «Composite». Фрейм «Composite» моделирует одномерное пространство атрибутами head (база), tail (направление) и операции с этим пространством (в данном случае это только операции add (положить) и remove (извлечь)). Фактически пространство является контейнером для объектов. Объекты хранятся в динамическом списке, который собирается из ячеек пространства Item.

К этой модели пространства предъявляется три требования.

1. Алгоритмы не должны зависеть от способа разбиения пространства. В одномерном случае это означает, что алгоритмы не должны зависеть от количества ячеек в динамическом списке.

2. Мы допускаем возможность бесконечного деления ячеек пространства, то есть вводим потенциальную бесконечность вместо актуальной бесконечности в математике.

3. Видимость (возможность послать сообщение). Мы будем полагать, что из контекста видно пространство системы, из системы видно пространство подсистемы.

Если теперь создать имитационную модель, то мы получим древовидную объектную структуру. В контексте достаточно одной ячейки для размещения системы, в системе необходимо как минимум три ячейки для моделирования движения подсистемы, если нет промежуточных пунктов остановки. В подсистеме необходимо некоторое количество ячеек для размещения объектов, моделирующих вагоны, плюс одна ячейка для локомотива. Каждый объект рассматривается в собственной системе отсчета. Подсистема (поезд) рассматривается как материальная точка в пространстве системы.

Уберем теперь из этой конструкции все атомарные объекты. Тогда получим модель пустого пространства. Это не фрактал, это древовидная структура, в которой можно наблюдать эффект масштабирования при переходе от системы к подсистеме и обратно. Таким образом, физическое пространство – это скорее набор отношений вида «система–подсистема». Поскольку это конкретный фрейм, можно создать его экземпляр. На наш взгляд, – это модель физического вакуума в классической механике. Фрейм «Composite», – это абстрактный фрейм, создать экземпляр этого фрейма невозможно. Значит, его нельзя определять как модель физического пространства, которое, как мы допускаем, реально.

Построим математическую модель этой структуры. Из требования инвариантности относительно разбиения пространства вытекает, что координата объекта должна задаваться рациональным числом  $x = n/N$ , где  $N$  – количество ячеек пространства,  $n$  – порядковый номер ячейки (в двухмерном случае потребуются вещественные числа). Нетрудно убедиться, что все аксиомы геометрии выполняются. Таким образом, получаем евклидову геометрию для одномерного пространства. Отметим, что координата – это эпистемологическое понятие, так как в алгоритмах это число не используется.

Декомпозиция системы на подсистемы предполагает не только декомпозицию структуры, но и декомпозицию процессов. Каждый конкретный фрейм имеет операцию со стереотипом «Exist», которая моделирует процессы изменения в системе (эта операция наследуется от абстрактного фрейма «Component»). Особенность этой операции – возможность многократного выполнения, то есть процесс обладает свойством атомарности. В этом смысле можно говорить о декомпозиции времени. В объектной структуре этот процесс запускается в контексте и движется к атомарным объектам, а затем

обратно. Так в концептуальной модели моделируется время изменения / развития.

Чтобы регистрировать изменения, необходимо ввести некоторую глобальную переменную. Некий циклический процесс на атомарном уровне должен изменять эту переменную всякий раз по получению сообщения «Exist». Тогда все объекты получают возможность считывать значения этой переменной и вести свои протоколы измерений с привязкой к временным отметкам. Это метрическое время. Значение этой переменной математически может быть описано в форме рациональной переменной  $t$ . Опять-таки отметим, что переменная  $t$  – это эпистемологическое понятие, так как в алгоритмах переменная не используется.

Заметим, что проблема времени может быть намного сложнее. Дело в том, что последовательное моделирование процессов предполагает связывание процедур с параллельными процессами (threads). Взаимодействие параллельных процессов может быть весьма многообразным. Мы обходим эту проблему, используя паттерн «Single Threaded Execution», который сводит процессы к однопоточному выполнению. Фактически это есть констатация факта, но не объяснение.

Резюмируя все сказанное выше, определим ньютоновское пространство и время как эпистемологические понятия. Это следует учитывать в теоретических построениях, касающихся пространства и времени.

Завершая тему пространства и времени, кратко остановимся на теории относительности. В нашей работе [5] показано, что можно построить онтологии для моделирования релятивистских эффектов. Каждая ячейка пространства имеет собственное время. Пространство-время рассматривается как темпоральная сеть. Процесс, который распространяется по этой сети, синхронизирует локальное время ячеек пространства со временем лабораторной системы отсчета. Представленная модель является полностью нечисловой моделью. Имитационные эксперименты демонстрируют эффекты замедления времени, появление энергии покоя, невозможность достижения скорости света.

Забегая несколько вперед, отметим, что существуют проблемы концептуального моделирования пространства и времени для квантового мира.

### 3. Концептуальное моделирование квантовых эффектов

В действительности предлагаемый подход в неявном виде присутствует в большинстве научных работ. Как правило, сначала дается описание предмета исследования на естественном языке. После этого формулируется математическая модель. Этот подход оказался неэффективным с появлением квантовой механики, поскольку в естественном языке просто не оказалась подходящих понятий. Многочисленные интерпретации – это попытка подобрать необходимый понятийный аппарат.

Концептуальные модели основных квантовых эффектов предложены в нашей работе [6]. В статье приведены также результаты имитационных

экспериментов, включая проверку неравенства Белла. За основу взята двух-модусная модель реальности, подробно изложенная в книге [7]. В качестве квантовых объектов мы предлагаем рассматривать объекты-классы, в качестве классических объектов – объекты-экземпляры. Объекты-классы отнесем к потенциальному модусу бытия, объекты-экземпляры – к актуальному модусу. Структуру потенциального модуса реальности будем описывать диаграммами классов, структуру актуального модуса – диаграммами коммуникаций. Волновые функции описывают объекты-классы.

Теперь сформулируем следующие исходные положения фреймового описания: а) аналогом коллапса волновой функции будем считать вызов конструктора класса, то есть создание объекта-экземпляра, б) аналогом квантовой суперпозиции будем считать множественное наследование.

Вызов конструктора класса – это сообщение «create» объекту-классу, в результате чего создается объект-экземпляр. Измерение – это некоторое сообщение объекту-экземпляру, возвращаемое значение – результат измерения. Измерение не может быть выполнено до того момента, пока объект-экземпляр не создан. Мы разделяем эти два сообщения, поскольку в природе, скорее всего, декогеренция происходит естественным образом, независимо от того, наблюдаем мы квантовый мир или нет.

Неявно предполагается, что после декогеренции объект-класс превращается в объект-экземпляр, то есть коллапсирует, однако возможно они существуют одновременно, а объект-экземпляр только «появляется» в физическом пространстве. Мы больше склоняемся к последней интерпретации.

Множественное наследование – это наследование атрибутов и операций от нескольких фреймов. В том случае, если эти фреймы имеют одинаковые имена атрибутов или операций, возникает конфликт имен. Мы положим, что этот конфликт разрешается по «квантовому правилу», то есть согласно квадрату модуля амплитуд. Далее мы приведем модель, которая содержит комплексные числа (для упрощения диаграммы), однако сразу заметим, что от комплексных чисел можно избавиться. Для этого достаточно подобрать подходящую объектную структуру. В противном случае мы должны будем признать, что комплексные числа существуют реально.

Приведем пример онтологии, построенной на этих положениях. Онтология для двухщелевого эксперимента показана на рис. 3.

Если сравнить данную диаграмму (рис. 3) с диаграммой предыдущего раздела (рис. 2), то можно увидеть много общего. На наш взгляд, важно, что классические и квантовые модели имеют общую дескрипторную основу. Тем не менее есть и четко выраженные различия. Онтологии для квантовых эффектов всегда содержат пакет альтернатив. В случае двухщелевого эксперимента пакет альтернатив содержит только два фрейма А и В, которые имеют разные операции с одинаковым именем `move_to_x`, они моделируют скачок частицы от источника частиц к точке на экране. В конструкторе фрейма `Mix` конфликт имен разрешается, для этого используются комплексные числа  $z_1$  и  $z_2$ , и выполняется только одна операция. Если операции будут иметь разные имена, например `move_to_x1` и `move_to_x2`, то вся конструкция может быть свернута в один фрейм, и мы получим классический случай.

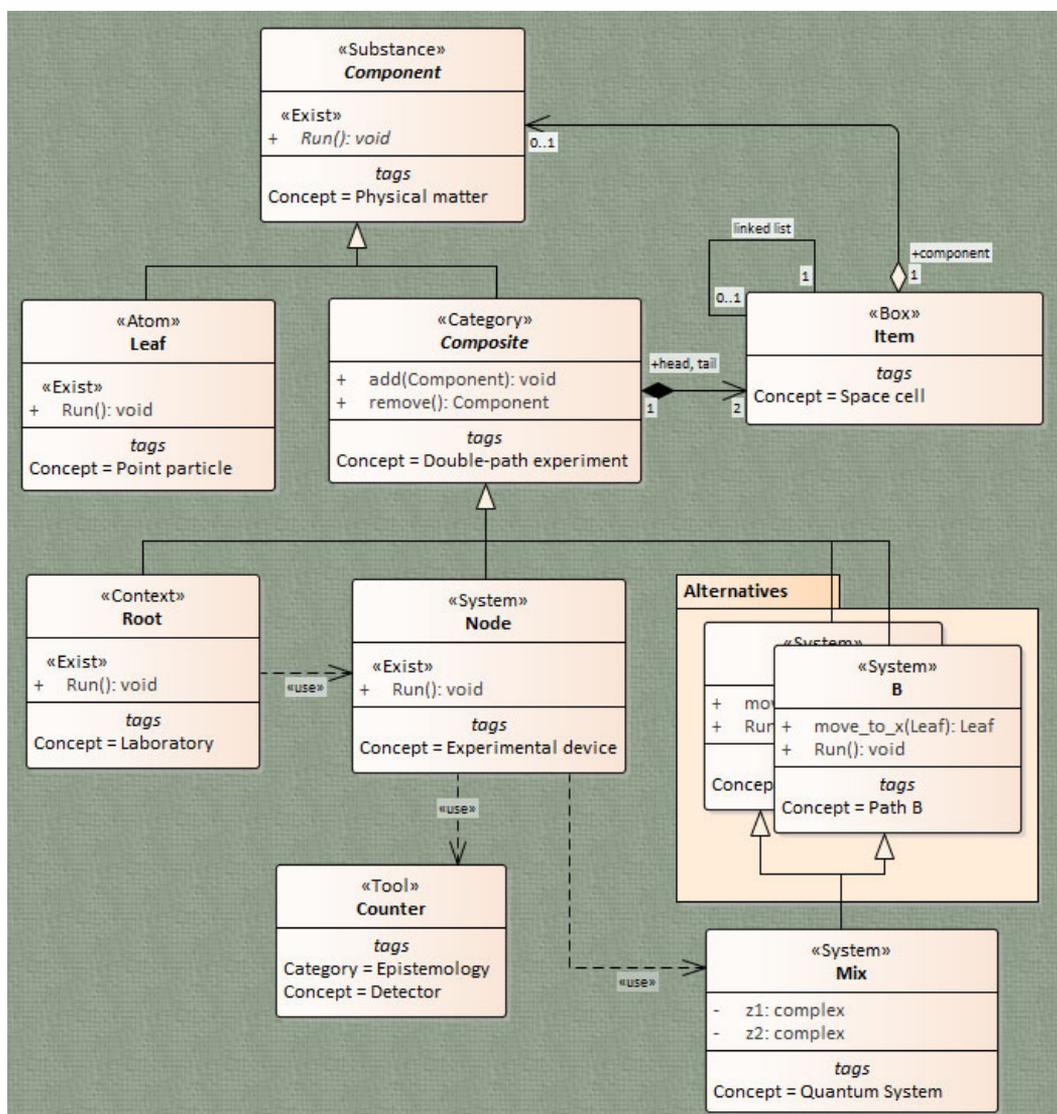


Рис. 3. Онтология концептуальной модели «Двухщелевой эксперимент»

Если совпадают имена атрибутов, то получаем волновую механику Эрвина Шрёдингера, если совпадают имена операций – матричную механику Гейзенберга – Борна. Концептуальную модель всегда можно описать либо в одном, либо в другом представлении.

На всякий случай подчеркнем, это не объяснение квантовой механики, это только способ описания.

Построим математическую модель для количественного описания эксперимента. Пакет альтернатив с фреймом Mix будем описывать как гильбертово пространство с заданным вектором состояния. Квантовая система описывается суперпозицией двух волновых функций

$$|\psi\rangle = A_a|a\rangle + A_b|b\rangle,$$

описывающих скачок по пути А или В. Полагая  $A_a = c_a e^{i\varphi_a}$ ,  $A_b = c_b e^{i\varphi_b}$ , получим квадрат модуля амплитуды

$$f(x) = c_a^2 + c_b^2 + 2c_a c_b \cos(\varphi),$$

где  $c_a, c_b$  – действительные числа,  $\varphi = \varphi_a - \varphi_b$  – сдвиг фазы. Эти коэффициенты и фаза зависят от координаты  $x$  точки экрана.

Обратимся к вопросу реальности квантовых объектов [8]. Рассмотрим классическую модель рис. 2. Конкретные фреймы имеют референт в идеальной реальности, так как пассажирский состав, дорога, географический регион – все это результат идеализации множества реальных объектов. Даже если мы моделируем конкретный объект, как на рис. 2, это все равно будет объект идеальной реальности. Если мы допустим, что фрейм Мiх рис. 3 тоже идеальный объект, то мы приходим к пси-эпистемологической точки зрения на волновую функцию. И это верно, поскольку объективно существует идеальный образ квантового объекта как элемент субъективной реальности. Однако пси-эпистемологическая точка зрения не раскрывает природу квантового мира.

Мы придерживаемся квантового реализма, то есть считаем, что объекты-классы имеют референт в материальном мире (пси-онтическая точка зрения). Основанием для этого является то, что объекты квантового мира не имеют индивидуальности и нет особенностей, от которых следует абстрагироваться.

Действительно, согласно критерию реальности Я. Хакинга (манипулятивный аргумент) [9], объект реален, если на него можно воздействовать и увидеть результат этого воздействия. Пример – воздействие магнитного поля на квантовую систему в экспериментах с двумя приборами Штерна – Герлаха. Такое воздействие моделируется соответствующим сообщением к объекту-классу. Точно так же моделируется воздействие на объект-экземпляр. Поэтому мы будем считать, что гильбертово пространство (пакет альтернатив) и объект-класс Мiх реально существуют, но не находятся в физическом пространстве.

Отметим, что объекты-классы и объекты-экземпляры – это сущности одной природы. Кроме манипуляции есть и другие сходные признаки. Ход времени для объекта-экземпляра моделируется сообщением со стереотипом «Exist», ход времени для объекта-класса (согласно уравнению Шрёдингера) также моделируется сообщением со стереотипом «Exist». Тем самым объекты-экземпляры и объекты-классы «выглядят» схожим образом – их интерфейсы подобны. Объекты-классы отличаются от объектов-экземпляров тем, что они предназначены для создания объектов, в том числе и объектов-классов. Конструктор можно рассматривать как сообщение, которое возвращает объект-экземпляр в качестве ответа. Но и объекты-экземпляры тогда могут породить объекты: возвращаемые значения – это тоже объекты. Правда, механизмы тут разные. Тем самым основное отличие заключается в том, что эти объекты существуют в разных модусах реальности.

Более глубокий анализ этой и других концептуальных моделей приводит к довольно длинному списку вопросов, ответы на которые пока можно дать только в форме предположений. Приведем некоторые из них.

Какова точка доступа к гильбертову пространству, как эта точка моделируется? Рабочая гипотеза: гильбертово пространство моделируется типом *Map*, и доступ к объектам-классам осуществляется по имени фрейма, точнее, по его материальному аналогу.

На диаграмме рис. 3 видно, что каждая альтернатива имеет свой экземпляр пространства. Как быть с квантовой запутанностью? Рассмотрим пару частиц в запутанном состоянии. Рабочая гипотеза: как только Алиса (или Боб) вызывает декогеренцию, происходит перезапись атрибутов *head* и *tail*. Алиса проводит измерение в ячейке *head*, Боб – в ячейке *tail*, независимо от расстояния.

Так же как и в классическом случае, из квантовой системы можно удалить атомарный объект, но пакет альтернатив оставить. Можно ли такую конструкцию интерпретировать как виртуальную частицу? Рабочая гипотеза: возможно, да.

Рассмотрим классическое механическое движение материальной точки. Построим цепочку событий процедуры «*Exist*» фрейма *Node*. Если наши предположения верны, то материальная действительность реализует себя следующим образом: а) сообщение «*create*» фрейму *Mix* (декогеренция текущего квантового состояния); б) перезапись атрибутов *head*, *tail*; в) измерение положения материальной точки; г) сообщение «*exist*» фрейму *Mix* (изменение волновой функции согласно уравнению Шрёдингера). После этого весь цикл повторяется заново. То есть классический мир является своеобразной «тенью» квантового мира, который здесь является определяющим (это, конечно, метафора). Отметим, что время обоих модусов реальности синхронизировано.

Итак, мы видим, что концептуальное моделирование вполне применимо в такой важной области современной физики, как квантовая теория, хотя оно и порождает множество вопросов в метафизическом плане.

#### 4. Наиболее правдоподобные объяснения

Выше мы показали, что фреймовые сети вполне пригодны для описания научных моделей, включая сферу современной физики. Покажем теперь, что концептуальное моделирование необходимо для определения научных моделей.

Для того чтобы построить математическую модель природного феномена, необходимо некоторое его описание. Недостатком естественного языка является его неоднозначность. Другой недостаток – отсутствие необходимой детализации описания. Чтобы сделать описание достаточно емким, используются различные схемы, рисунки, модели визуализации. Недостатком этого подхода является то, что это работает в каких-то отдельных областях науки. Необходим универсальный язык. Только тогда можно быть уверенным, что такой язык применим и в принципиально новых областях знаний. Таким качеством обладают концептуальные модели, которые сейчас применяются во многих сферах науки и техники, за исключением, быть может, только сферы

точных наук. Причина последнего – феноменальная эффективность математики.

Согласно К. Попперу и Д. Дойчу, научный поиск предполагает выбор наиболее правдоподобного объяснения [10]. Необходимость построения концептуальной модели до создания математической модели следует из того, что первоначально необходимо найти достаточно правдоподобное объяснение природному феномену. Можно сослаться на известный пример гео- и гелиоцентрических моделей Солнечной системы, математика у этих моделей разная. В частности, этот пример показывает, что правильные количественные предсказания не являются гарантией истины.

Рассмотрим еще один пример. Идеи квантовой теории были использованы для построения моделей, далеко выходящих за пределы физики. Продемонстрируем, как концептуальное моделирование помогает оценить корректность такого переноса концепций.

В качестве аналога коллапса волновой функции иногда рассматривают следующую ситуацию. Пусть нам необходимо построить модель выборов президента с двумя кандидатами. В день голосования степень возможности каждого кандидата стать президентом будет изменяться, например, будет осциллировать, если шансы у обоих кандидатов близкие. Наконец, в момент закрытия избирательных участков один из кандидатов становится президентом.

Концептуальная модель для этого случая может быть построена как по схеме рис. 2, так и по схеме рис. 3. Имитационные эксперименты так же дадут одинаковые количественные результаты. Возникает вопрос – какая концептуальная модель является верной? По нашему мнению, модель, по схеме рис. 2, значительно более правдоподобна. В то же время для квантового описания довольно трудно подобрать референты в реальности, хотя это, может быть, и возможно.

Большой интерес представляет построение концептуальных моделей квантовых явлений для различных интерпретаций квантовой механики. Это можно сделать, поскольку UML2 SP – это формальный язык. Возможно, для этого потребуется выбрать другой базовый паттерн вместо «Composite». Например, интегралы по траекториям Р. Фейнмана можно реализовать на основе паттерна проектирования «Decorator» [4].

Итак, приведенные выше рассуждения показывают, что еще до выбора математического аппарата следует выбрать наиболее правдоподобную концептуальную модель. Тем самым концептуальное моделирование является необходимым этапом научного исследования.

## **5. Концептуальные и математические модели**

Как сказано выше, математическая модель должна строиться на основе концептуальной модели. Рассмотрим основные особенности данного процесса.

Сначала рассмотрим обратную задачу – построение концептуальной модели по математической модели. Существует частный, но важный случай,

когда это можно сделать регулярным образом. Этот частный случай – линейные дифференциальные уравнения:

$$a_2 \frac{d^2y}{dx^2} + a_1 \frac{dy}{dx} + a_0y = 0,$$

где  $a_2, a_1, a_0$  – постоянные коэффициенты. Данное уравнение может быть сведено к линейной рекуррентной последовательности (возвратной последовательности):

$$y_n = b_1y_{n-1} + b_2y_{n-2},$$

где  $b_2, b_1$  – постоянные коэффициенты. Для этого достаточно заменить дифференциалы конечными разностями. После этого надо подобрать некий процесс на объектной структуре, который численно будет описываться рекуррентной последовательностью. На последнем шаге необходимо составить для этого процесса диаграмму классов и диаграммы коммуникаций, которые и дадут концептуальную модель.

Покажем, что построение концептуальной модели будет процедурой с неоднозначным результатом.

Первый источник неоднозначности – структура данных. Для одной и той же рекуррентной последовательности можно определить разные объектные структуры. Например, последовательность Фибоначчи ( $b_2 = b_1 = 1$ ) можно реализовать и на динамических списках, и на бинарных деревьях, и на множестве других структур, включая самые экзотические конструкции. Соответственно процессы будут различаться и физика будет тоже разной. В данном случае подразумевается, что измеряемая величина – это количество элементов объектной конструкции. В первоисточнике – это количество кроликов, и такая конкретизация существенно ограничивает выбор объектных конструкций.

Второй источник неоднозначности – это выбор расчетной схемы. В данном случае можно выбрать одну из схем Рунге – Кутты или схему Эйлера. В зависимости от выбора получим разные рекуррентные последовательности и, соответственно, разные процессы, которые определяют разную физику.

Если вернуться к квантовой механике, то именно эти две проблемы возникают в попытке избавиться от комплексных чисел. Выбор расчетной схемы и выбор структуры данных – это все новые допущения о квантовом мире.

Напротив, построение математической модели по концептуальной модели – это однозначная процедура. Каков бы ни был выбор расчетных схем и типов данных, для больших  $n$  соответствующее дифференциальное уравнение будет хорошим приближением для описания рассматриваемых процессов.

В общем случае построение математической модели, конечно же, процедура неформальная. Примером этого является использование гильбертова пространства для математического описания пакета альтернатив в предыдущем разделе. Отметим, что остается неясным, как математически описать всю онтологию в целом.

Из приведенного выше примера можно сделать следующий вывод. Математическая модель не дает четкого указания на онтологию модели. Одна и та же математическая модель может описывать множество объектов реальности, что затрудняет определение референтов реальности. Впрочем, это является также сильной стороной математики, поскольку существенно снижает интеллектуальное усилие, необходимое для понимания феномена.

Таким образом, переход от концептуальной модели к математической модели сопровождается потерей знаний об изучаемом объекте. В этом нет ничего удивительного, так как математика работает с математическими абстракциями. Но это может иметь значение для понимания физики природного феномена. Именно это мы имеем в виду, когда утверждаем, что математического описания недостаточно для описания научной модели.

### **Заключение**

Итак, мы утверждаем, что научная модель должна определяться концептуальной и математической моделью. Причем математическая модель должна строиться на основе концептуальной модели. Технически концептуальную модель следует рассматривать как строгое определение переменных математической модели, которое присутствует в научных текстах после ключевых слов «пусть» и «где». По нашему мнению, такое строгое определение является необходимым для тех областей науки, которые выходят за пределы чувственного опыта. Можно также сказать, что концептуальная модель определяет то, что иногда называют «физическим смыслом» математической модели.

В данной работе мы сначала показали, что фреймовые сети пригодны для описания научных моделей, включая модели современной физики. Затем мы показали, что концептуальная модель необходима для определения научной модели, поскольку математической модели недостаточно для надежного определения референтов реальности (то есть онтологии модели). Таким образом, по нашему мнению, отсутствие практики применения концептуальных моделей следует считать возможным пробелом в методологии науки.

Фреймовые сети – это только язык описания реальности. Его семантика определяется метаутверждениями. Поясним это. Онтологию, как и всю концептуальную модель, можно рассматривать как формальную знаковую систему. Для того чтобы придать содержательный смысл такой формальной системе, необходимы некоторые метаутверждения, сформулированные на естественном языке. Поскольку концепты, входящие в онтологию, определены на естественном языке, то они, конечно, отражают эти метаутверждения. Но отражают нечетко, их смысл часто непонятен. Философия науки как раз и способна сформулировать эти метаутверждения в явном виде. Вернемся к модели пассажирского поезда. Внутренняя логика концептуального моделирования приводит к древовидной структуре пространства, похожей на фрактальные структуры. В данном случае требуется набор суждений

о физическом пространстве, которые позволяют соответствующие концепты рассматривать с единой точки зрения.

Тем самым набор концептов должен быть основан на той или иной философской концепции или философской парадигме. В контексте данной статьи хорошим примером такого взаимодействия является двухмодусная модель реальности А.Ю. Севальникова, которая предоставила систему концептов для построения концептуальных моделей квантовых эффектов.

В этом вопросе мы полностью согласны с Д. Дойчем, философия должна предложить целостную систему видения мира, охватывающую как материальную, так и идеальную реальность. По нашему мнению, концептуальное моделирование может стать тем мостом, который свяжет подобные философские системы с естественнонаучными исследованиями.

### Литература

1. *Минский М.* Фреймы для представления знаний / пер. с англ. О. Н. Гринбаума; под ред. Ф. М. Кулакова. М.: Энергия, 1979. 151 с.
2. *Гурьянов В. И.* Мета модель языка имитационного моделирования UML2 SP // Седьмая всероссийская научно-практическая конференция «Имитационное моделирование. Теория и практика» (ИММОД-2015): труды конф., 21–23 окт. 2015 г., Москва: в 2 т. / Ин-т проблем упр. им. В. А. Трапезникова Рос. акад. наук; под общ. ред. С. Н. Васильева, Р. М. Юсупова. М.: ИПУ РАН, 2015. Т. 1. С. 59–62.
3. *Ларман К.* Применение UML и шаблонов проектирования. 2-е изд. / пер. с англ. М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. 624 с.
4. *Гамма Э., Хелм Р., Джонсон Р., Влссидес Дж.* Приемы объектно-ориентированного проектирования. Паттерны проектирования. СПб.: Питер, 2001. 368 с.
5. *Gurianov V. I.* Simulation model of spacetime with the Minkowski metric, arXiv:2009.10689 [cs.CE], 2020, preprint, <https://doi.org/10.48550/arXiv.2009.10689>
6. *Gurianov V.* Simulation of Certain Quantum Effects. Cambridge Open Engage, preprint. 2023. <https://doi.org/10.33774/coe-2023-v5sc8>
7. *Севальников А. Ю.* Интерпретации квантовой механики: В поисках новой онтологии. М.: ЛЕНАНД, 2016. 189 с.
8. *Терехович В. Э.* Реальность волновой функции и манипулятивный аргумент // Метафизика. 2019. № 1 (31). С. 155–164.
9. *Хакинг Я.* Представление и вмешательство. Введение в философию естественных наук / пер. с англ. С. Кузнецова; науч. ред. Е. А. Мамчур. М.: Логос 1998. 296 с.
10. *Дойч Д.* Структура реальности. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 400 с.

## SEMANTIC NETWORKS AND INSUFFICIENCY OF MATHEMATICAL DESCRIPTION OF SCIENTIFIC MODELS

V.I. Gurianov\*

*Branch of St. Petersburg State Economic University in Cheboksary  
3 Yadrinskoe Shosse, Cheboksary, Chuvash Republic, 428034,  
Russian Federation*

**Abstract.** The article puts forward and substantiates the following thesis. A mathematical model is not sufficient to define a scientific model. A scientific model must include a conceptual model and a mathematical model built on the basis of the first. As a conceptual model, it is proposed to use ontology's, which in Computer Science are used as a representation of knowledge. It is shown that it is possible to construct ontology's for models of modern physics, in particular for models of quantum mechanics.

**Keywords:** semantic networks, ontology's, conceptual modeling, relativistic effects, quantum effects, ontology of quantum mechanics, philosophy of science

---

\* E-mail: vg2007sns@rambler.ru

# МЕТАФИЗИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАДИГМ

DOI: 10.22363/2224-7580-2024-2-82-91

EDN: XNRBXZ

## ПРИНЦИП МАХА И КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА В РЕЛЯЦИОННОМ ПОДХОДЕ

**В.В. Аристов**

*Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН  
Российская Федерация, 119333, Москва, Вавилова, д. 44, корп. 2*

**Аннотация.** Прошедшее столетие после создания квантовой механики заставляет на ином уровне обратиться к основам физической теории. В реляционном подходе строится статистическое пространство-время, что соотносится с вероятностными положениями квантовой механики. Важным оказывается и принцип Маха в его обобщенной формулировке. В настоящей работе показано, как в результате перехода к формализму графов для выражения пространственных измерений в соединении со статистическим измерением времени выводятся квантовые соотношения. В сочетании с описанием гравитационных эффектов может быть создан общий физический аппарат. Глобальность принципа Маха позволяет связать микро- и макромасштабы описания.

**Ключевые слова:** реляционное статистическое пространство-время, принцип Маха, квантовая механика, единое физическое описание

### Введение

Сто лет назад в 1923 г. появились первые работы Луи де Бройля о волновых свойствах частиц, – тем самым была заложена основа квантовой механики [1]. Причем эта теория с необходимостью требует использования классического физического аппарата, – вот слова из [2]: «...она содержит классическую механику как свой предельный случай и в то же время нуждается в этом предельном случае для своего обоснования». Традиционная квантовая механика связана с заданным обычным пространством-временем. Но сам де Бройль высказывал сомнения в адекватности таких представлений. Он еще в те годы, по сути, говорил о возможности развития этих фундаментальных

понятий. Помня его слова, можно строить пространство-время, пригодное для описания квантовых эффектов.

Допустима также простая аналогия с ситуацией конца XIX в.: классическое пространство-время в современной теории соотносимо с понятием ненаблюдаемого эфира в тогдашней физике, такие суждения высказывали некоторые авторы, см., например, [3]. Строить теорию желательно для измеримых величин, это касается и пространства-времени.

На некоторые вопросы, возникающие в квантовой механике, пытается ответить наш подход реляционного статистического пространства-времени. Проблема построения пространства-времени рассматривалась различными авторами, в частности, предлагалось изучать макроскопическое пространство и время: ван Данциг, Рашевский, Циммерман и др. Но конкретных математических предложений не было предъявлено. В нашей концепции строится реляционное статистическое макроскопическое пространство-время. Ранее нами было получено начальное соответствие с результатами нерелятивистской квантовой механики, теперь желательно уточнять, развивать и обобщать данный подход. На таком пути, как представляется, можно разрешить проблему создания общего аппарата для релятивистской (ОТО) и квантовых теорий.

В отличие от теории струн и петлевой квантовой гравитации в реляционной концепции дискретность пространства-времени задается не на планковском масштабе, но на атомарном, ибо, начиная с таких расстояний, проявляется индетерминизм движения. Можно напомнить, что в давнем уже обзоре [4] говорилось о трудностях квантования гравитации (там, кстати, указывалось, что из разных соображений планковский масштаб оказывается пределом непрерывного измерения пространства), проблема до сих пор не разрешена, хотя предлагаются разные подходы. Заметим также, что согласно представлениям некоторых исследователей, в частности, Ю.С. Владимирова и его последователей [5], для описания свойств элементарных частиц пространство-время может оказаться не обязательной частью.

В нашей концепции основную роль играют статистические модели реляционных фундаментальных приборов: часов и линеек. Так что в указанном выше смысле пространство и время становятся измеримыми величинами. Причем для построения мировых часов и масштабных линеек используется предельное осреднение по всем дискретным элементам мира. В определенном смысле это сопоставимо с утверждением Ли Смолина в [6] о непреодоленных трудностях при расширении квантовой теории на космологию, фактически ставится проблема введения космологичности для правильной интерпретации квантовой механики. Правда, имеется в виду вариант теории скрытых параметров. В [7] он писал: «...скрытые параметры связаны не с уточненным описанием отдельных элементов квантовой системы, а с взаимодействием системы с остальной Вселенной. Мы можем назвать их *скрытыми реляционными параметрами*. ...Задача прояснения смысла квантовой теории в поисках новой космологической теории является ключевой». Можно сказать, что теперь в результате присутствия измеримых глобальных

пространственно-временных величин связь с квантовой механикой реализуется через *открытые реляционные параметры*.

Следует напомнить, что помимо Ли Смолина ряд физиков и философов предполагали явно или неявно, что для описания отдельной частицы – несомненно и для выявления ее квантовых свойств – требуется знание поведения частиц всего мира, по сути, необходимо использовать в определенном смысле принцип Маха. Таких воззрений на возможную статичность проявлений этого принципа придерживался Вейль. Циммерман в [8] писал о том, что, согласно воззрениям многих авторов, положения квантовой механики требуют, чтобы «вселенная» учитывалась в каждой задаче. В [9] Эддингтон говорил о том, что атом может рассматриваться без физической вселенной, в которой он находится, не более, чем может рассматриваться гора без планеты, на которой она стоит.

Предлагаемую глобальность в реляционном статистическом подходе можно сопоставить с обобщенным принципом Маха о связи микро- и макромира. Здесь существенно то, что и пространственные, и затем временные координаты определяются конструктивно через соответствие показаний модельных статистических приборов – линеек и часов, которые связаны со всей подвижной структурой мира, представленной в атомистической дискретности. В согласии с такой глобальностью описания фундаментальные константы, включая постоянную Планка, оказываются связанными между собой. Макроскопическое статистическое пространство-время в нашем варианте подразумевает его проявление на разных масштабах – от атомарного до космологического. В принципе Маха соотносятся квантовые и гравитационные явления. Следствия развиваемой статистической теории позволяют получить соотношения, аналогичные известным космологическим совпадениям. В [10] отмечается получение таких соотношений, содержащих число Эддингтона, между указанными масштабами.

### **Геометрическая схема реляционного статистического пространства**

Существенным представляется, что в нашей реляционной статистической концепции пространство и время являются не отвлеченными априорно заданными понятиями, но величинами, которые в принципе могут быть измерены с помощью неких обобщенных приборов, в выражениях присутствуют новые множественные параметры. Реляционность и статичность пространства наших представлений можно соотнести и с реляционностью пространства в построениях Ю.С. Владимирова и А.Б. Молчанова, см. [11]. Присутствует более элементарная основа, через которую выражаются пространственные переменные, для нас таковой является конфигурация масс системы.

Структура макроскопического пространства-времени основывается на теории графов. Для микроскопических масштабов индетерминизм реализуется благодаря специальной неевклидовой геометрии (в динамическом виде индетерминизм становится до конца ясным после введения затем реляционной статистической модели времени). Сам способ измерений, заложенный в

модели макроприборов, на малых масштабах проявляет статистичность подхода. Но такая система графов (нерегулярная) может быть «опознана» на фоне регулярной эталонной системы, соответствующей измерительной среде идеальной линейки. Дискретная геометрия, которая в пределе на макромасштабах должна переходить в евклидову геометрию, подводит нас к 4-й проблеме Гильберта, а именно к «Проблеме о прямой как о кратчайшем соединении двух точек» (см. [12]). Гильберт говорит здесь о предложении, принимаемом некоторыми авторами даже за определение прямой линии, согласно которому прямая линия есть кратчайшее соединение двух точек. Содержание этого высказывания, по существу, сводится к предложению Евклида о том, что сумма двух сторон треугольника всегда больше третьей стороны. В 4-й проблеме обсуждается возможность геометрий с минимальным количеством отличных от евклидовых аксиом.

В используемой нами модели графов прямая и понимается как кратчайший маршрут между двумя вершинами, так что аксиоматика получается естественным образом. Причем отличие от евклидовой аксиоматики главным образом заключается в том, что через две точки (две вершины графа) можно провести неединственную прямую, то есть кратчайшую линию. В простых реализациях допустим вариант, где сумма двух сторон треугольника равна третьей стороне. Граф как эталонную систему следует рассматривать максимально изотропной и однородной со взаимно симметричным расположением вершин. Ребрами здесь можно считать пары соседствующих вершин. Соседство (инцидентность) определяется из некоторых дополнительных определений. Важнейший вопрос, как структура графа соотносится со структурой прибора для пространственного измерения. Главное утверждение состоит в том, что процедура измерения расстояния связана с сопоставлением некоторых физических объектов с другими объектами, которые входят в эталонную структуру.

В геометрии традиционно выделяют пять групп аксиом, в реляционном подходе они выполняются (часть этих положений выводятся в рамках нашей модели) за исключением некоторых. Если не обсуждать аксиому параллельности, то нарушения касаются аксиом первой ( $I$ ) группы. Это аксиомы связи (8 аксиом): все аксиомы действительны за исключением  $I_2$ . «Существует только одна прямая, пересекающая две точки», а также  $I_5$  относительно единственности плоскости, пересекающей три точки.

Для иллюстрации рассмотрим простой граф, позволяющий продемонстрировать построение «измерительной среды» для нахождения расстояния. Зададим на графе структуру прямых линий и возможный переход к макроскопической (евклидовой) геометрии. Положим, что есть набор отрезков  $AB$ , соответствующих прямым линиям, проходящих через точки (вершины)  $A$  и  $B$ . Все эти отрезки имеют длину  $r_{AB}$ . Общее число таких отрезков равно  $N_{AB}$ . Назовем «сечением» этих отрезков  $AB$  на расстоянии

$$1 \leq r \leq r_{AB}$$

набор вершин, расположенных на одинаковом расстоянии  $r$  от  $A$ . Число отрезков, пересекающих каждое сечение, постоянно и равняется  $N_{AB}$ . Отметим узлы (вершины), расположенные на расстоянии  $r$  от  $A$ . Пусть  $N_C$  – число отрезков, пересекающих вершину  $C$ , расположенную в выбранном сечении. Мы можем полагать величину  $p_C = N_C/N_{AB}$  вероятностью того, что данный отрезок пересечет сечение в точке  $C$ . Рассмотрим вершину  $E$ , для которой  $p_E$  минимальна. Рассмотрим прямую в данном сечении, пересекающую точку  $E$ . Пусть расстояние в этом сечении между точкой  $E$  и произвольной точкой  $C$  равно  $x$ . Мы можем приписать вероятность  $p_C$  этой координате  $x$  и получить математическое ожидание и дисперсию. Дисперсия этого случайного распределения (если она существует) могла бы характеризовать толщину трубки, образованной отрезками  $AB$ . Пусть  $D$  – максимум дисперсий распределений для всех прямых, пересекающих точку  $E$ .

Единственный отрезок евклидовой геометрии может быть получен, если отношение этой величины к расстоянию между  $A$  и  $B$  стремится к нулю для макроскопических длин. Точнее, основное определение таково: предельный переход евклидовой геометрии справедлив, если

$$\sqrt{D_{\max}} / r_{AB} \rightarrow 0 \quad (r_{AB} \rightarrow \infty),$$

где  $D_{\max}$  – максимум дисперсии  $D$  по сечениям для всех  $r$ .

Пример статистического исчисления графа с простыми свойствами инцидентности подробно описан в [13].

### Реляционное статистическое время и квантовые эффекты

Пространство и время в рассматриваемой концепции связаны, причем построение пространства «предшествует» построению времени. О реляционности времени говорили различные авторы. Например, Ли Смолин пишет в [7. С. 255–256]: «Один из способов определить, где вы, – отметить уникальность видимого из этой точки... Рассматривая ночное небо, мы видим Вселенную с определенного места в определенный момент. Вид этот включает все фотоны, источники которых находятся на различном расстоянии от нас. Если физика реляционная наука, эти фотоны определяют внутреннюю реальность данного события – взгляда на ночное небо в конкретном месте в конкретное время».

Эти слова (автор не дает никакой математической формализации) соответствуют нашим представлениям о моменте времени. Полагаем, что имеется гипотетический идеальный (глобальный) фотоаппарат, с помощью которого можно фиксировать пространственные положения всех элементов мира. Набор радиусов-векторов всех элементов (атомов), полученных по фотографии, сделанной из выбранной точки, задает момент реляционного времени. Пара фотографий определяет приращения, более того, для реальной малой «выдержки» и на одной фотографии видны малые следы траекторий частиц, что фактически задает интервалы смещения всех координат. Интервал реляционного статистического времени вводится как некое среднее от пространственных перемещений всех частиц системы. Основное уравнение связи

пространства и времени в реляционной статистической концепции записывается так:

$$d\tau^2 = \frac{a^2}{N} \sum_{i=1}^N \left( dr_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N dr_j \right)^2 .$$

Здесь приращение реляционного времени  $d$  выражается статистически через смещения всех видимых в глобальной картине-фотографии элементов мира  $dr_i$ , постоянная  $a = 1/c$ , где  $c$  – скорость света в вакууме.

Ограничение снизу для величин расстояний и их приращений дает величина  $r_e$ , соответствующая одному элементу (атому) измерительной линейки, Эта величина в реляционной модели может быть взятой пропорциональной массе элемента  $m_e$ ; здесь, согласно реляционной концепции, устанавливается связь  $r_e = bm_e$ , где  $b$  выражается через фундаментальные постоянные. При ограниченности снизу всех пространственных приращений и приращение времени будет снизу ограниченным. Для приращения физической координаты имеем

$$\Delta x \geq r_e = bm_e .$$

С учетом этих ограничений получаем

$$\Delta\tau = a \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \Delta r_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \Delta r_j \right)^2} \geq ad_\tau r_e ,$$

где множитель  $d_\tau \sim 1$  (мы используем естественное предположение о случайном распределении векторов  $\Delta r_j$ , не равных среднему значению  $\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \Delta r_j$ ).

Блуждание свободной частицы, которое рассматривается в некоторых вероятностных моделях для описания квантовой механики, приобретает свою интерпретацию в рамках реляционного статистического подхода. Процедура определения расстояния с помощью предложенного идеального прибора теряет однозначность. Попытка приложить выделенную эталонную среду для нахождения траектории свободной частицы фактически отвечает блужданию. Соотношение неопределенностей (в релятивистском случае) выводится, если оценить минимум произведения приращений координаты и скорости. Скорость частицы не может быть вычислена с помощью обычного предела, когда приращения координаты и времени стремятся к нулю, а именно

$$u_x = \lim_{\Delta\tau \rightarrow \tau_e (\Delta x \rightarrow r_e)} \frac{\Delta x}{\Delta\tau} .$$

Так,  $Du_x$  оказывается порядка самой скорости  $u_x$ , поскольку для оценки относительной погрешности скорости имеем

$$\frac{\Delta u_x}{u_x} \sim \frac{\Delta(\Delta x)}{\Delta x} + \frac{\Delta(\Delta\tau)}{\Delta\tau} \sim 1 .$$

Значит,  $Du_x \sim re/te \sim 1/a = c$ , причем скорость света  $c$  – среднеквадратичная величина скорости, что следует из основного уравнения для времени (это не противоречит положениям СТО, поскольку фотографирование всех элементов мира производится из одной точки).

Для свободной частицы  $\Delta p_x \Delta x = m_e \Delta u_x \Delta x \sim m_e r_e / a = m_e r_e c$ . Если предположить равенство этой величины и постоянной Планка, то найдем  $m_e r_e c = \hbar$  или  $r_e = \hbar / (m_e c)$ . Это аналог комптоновской длины, и если предположить, что  $m_e$  – масса нуклона, тогда  $r_e$  равен диаметру нуклона. Так получается аналог соотношения неопределенностей.

### Вывод уравнения Шрёдингера

Ли Смолин писал в [7. С. 197] о том, что он был убежден, как и Эйнштейн, в существовании в основе квантовой теории иной, более глубокой теории и много лет разрабатывал подход, связанный с теорией скрытых параметров, который предложил принстонский математик Эдвард Нельсон. Стохастическая механика, восходящая к статье Нельсона [14] (хотя были и предшествующие работы, см. [15]), получила в последнее время определенное развитие [16]. Но без внесения нового физического смысла она остается только математической разработкой, хотя получение такого аппарата представляется важным. Теперь с введением упомянутых «открытых» параметров этому придается новый смысл.

На микроскопических масштабах понятие траектории частицы теряет смысл из-за неединственности прямых линий и исключения дифференцируемых кривых. Для свободного движения частицы вместо стандартного уравнения

$$u'_x = 0$$

в нашей реляционной статистической концепции получается уравнение с конечными разностями:

$$\lim_{\Delta\tau \rightarrow \tau_e} \frac{u_x(\tau + \Delta\tau) - u_x(\tau)}{\Delta\tau} = u'_{mx} + \frac{1}{2} u''_{mx} \tau_e = 0.$$

Здесь мы формально предположили, что существуют соответствующие производные  $u'_{mx}, u''_{mx}$  (для недифференцируемых величин такие производные следует рассматривать как некоторые средние). Реляционная статистическая концепция приводит к классическим уравнениям механики, на микромасштабах в описании появляются дополнительные члены, связанные с постоянной Планка. Можно различными путями модифицировать уравнение Гамильтона – Якоби. Один из подходов был разработан Нельсоном в его вероятной трактовке квантовой механики. Уравнение Шрёдингера может интерпретироваться как уравнение диффузии с мнимым временем

$$\frac{\partial\Psi}{\partial(it)} = \frac{\hbar}{2m} \Delta\Psi.$$

Такая аналогия позволила ряду исследователей связать случайные процессы движения частицы со случайным блужданием, присущим, например, броуновскому движению и выводить соответствующие уравнения типа Фоккера – Планка. В формализме Нельсона Ad hoc предполагается, что имеется своеобразное блуждание частицы с коэффициентом диффузии, который фигурирует в уравнении Шрёдингера, а именно в пустом пространстве частица массы  $m$  подвержена броуновскому движению с коэффициентом диффузии  $\nu = \hbar/2m$ . В нашем подходе такой коэффициент получается из аналога соотношения неопределенностей. Выражение для коэффициента диффузии можно вывести следующим образом, смещение частицы теперь записывается так:

$$\Delta x(\tau) = u_{mx}(\tau)\Delta\tau + \Delta w(\tau),$$

где

$$\begin{aligned} \Delta w(\tau) &= (1/2)u'_{mx}(\Delta\tau)^2 \sim (1/2)r_e \sim \\ &\sim \hbar/(2m_e c). \end{aligned}$$

Причем так как коэффициент диффузии  $\nu \sim r_e c$ , то получаем, что  $\nu = \hbar/2m_e$ . Траектория по самому способу измерения соотносится с теми или иными элементами, относящимися к дискретной измерительной среде масштабной линейки. Возникает свобода выбора, что задает вероятностное описание. Тем самым масштаб случайных блужданий и коэффициент диффузии выражается через лимитирующий размер. Заметим, что измерение по макроприборам в нашем подходе соответствует классическому случаю.

В формализме Нельсона проделывается путь от вероятностной схемы к паре уравнений, соответствующих действительной и мнимой части уравнения Шрёдингера. Движение частицы описывается кинематически, как в теории Эйнштейна – Смолуховского, марковским процессом с указанным коэффициентом диффузии. Динамика задается законом Ньютона, как в теории Орнштейна – Уленбека. Подробности такого вывода, воспроизводящего, по сути, подход Нельсона, представлены в нашей работе [17].

### **Возможность общего описания на различных масштабах**

Получаемая единая неевклидова геометрия на микро- и макромасштабах может задаваться с помощью обобщенного метрического тензора, который строится конструктивно с учетом сопоставления реального дискретного распределения частиц и равномерного распределения таких же элементов, но в измерительной дискретной среде. При этом в обобщенной записи для интервала реляционного времени присутствуют пространственные интервалы с соответствующими весами (см. [18; 19]). В построениях для предложенного графа на микромасштабах видно проявление квантовых эффектов, но при использовании той же геометрической схемы на макромасштабах возможно описать искривленное пространство-время, соответствующее римановой геометрии ОТО. Такая неевклидова геометрия на макромасштабах определяется

наличием тела, вносящего массовую пространственную неоднородность, которая опознается в сравнении с однородным распределением масс в эталонной среде. Так же как в микроскопическом случае, здесь проводится исчисление вершин графов на маршрутах. Это соответствует римановой геометрии и определяет гравитационные явления. В частности, эффект линзирования отвечает неединственности отрезков прямых, «оггибающих» массивное тело. Между двумя точками проводятся маршруты минимальной длины, исчисляемые количеством вершин (частиц) графа. В эталонной измерительной среде на макромасштабах геометрия евклидова и отрезок прямой единственный. Но для сопоставляемого ей графа, связанного с реальным распределением частиц, маршрут, проходящий через скопление частиц массивного тела, будет длиннее. Поэтому выбирается маршрут минимальной длины, проходящий вне скопления частиц, такая дискретная среда со «сгущением» отличается от эталонной среды, что и определяет искривленность пространства, и ведет к получению более общей теории по сравнению с традиционной. Причем данные математические связи позволяют учесть единым образом проявление и квантовых, и гравитационных явлений.

### Заключение

В реляционной статистической концепции реализуется обобщенный принцип Маха. Пространство и время строятся с учетом глобальных характеристик распределения частиц в мире, что задает «открытые» параметры. В более общей (по сравнению с традиционной) физической теории по принципу соответствия выводятся известные соотношения. Неоднозначность понятия расстояния на дискретной системе пространства ведет к индетерминизму и квантовым эффектам на макромасштабах. Гравитационные эффекты описываются в данной геометрии при учете неоднородности распределения частиц по сравнению с эталонной средой. В общем случае поэтому возможен учет взаимоотношения двух эффектов, что учитывается в единой статистической сумме.

### Литература

1. *Де Бройль Л.* Введение в волновую механику. М.: ЛИБРОКОМ, 2010.
2. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М.: Наука, 1974.
3. *Chew G. F.* The dubious role of the space-time continuum in microscopic physics // *Science Progress.* 1963. Vol. LI, no. 204. P. 529–539.
4. *Владимиров Ю. С.* Квантовая теория гравитации // *Эйнштейновский сборник.* 1972. М.: Наука, 1974. С. 280–340.
5. *Владимиров Ю. С.* Реляционная картина мира. Кн. 3: От состояний элементарных частиц к структурам таблицы Менделеева. М.: ЛЕНАНД, 2023.
6. *Smolin Lee.* Could quantum mechanics be an approximation to another theory? 2006. arXiv:quant-ph/0609109v1.
7. *Смолин Ли.* Возвращение времени. М.: АСТ, 2014. С. 192–193.

8. Zimmermann E. J. The macroscopic nature of space-time // *American journal of physics*. 1962. Vol. 30, Issue 2. P. 97–105.
9. *Eddington A. S. Fundamental theory*. New York: Cambridge University Press, 1946.
10. *Аристов В. В. Реляционное пространство и время: метафизические основания и перспективы экспериментальной проверки // Метафизика*. 2023. № 2 (48). С. 31–45.
11. *Молчанов Ю. Б. Космологический масштабный фактор в реляционном подходе // Метафизика*. 2023. № 2 (48). С. 38–47.
12. Проблемы Гильберта. М.: Наука, 1969.
13. *Aristov V. V. On the relational statistical space-time concept // The Nature of Time: Geometry, Physics and Perception*. R. Bucchery et al. (eds.). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003. P. 221–229.
14. *Nelson E. Derivation of the Schrödinger equation from Newtonian mechanics // Phys. Rev.* 1966. Vol. 150. P. 1079–1092.
15. *Fenyés I. A deduction of Schrödinger equation // Acta Bolyaiana*. 1946. 1 (5): ch. 2.
16. *Lindgren J., Liukkonen J. Quantum Mechanics can be understood through stochastic optimization on spacetimes // Scientific Reports*. 2019. 9 (1): 19984.
17. *Аристов В. В. Реляционное пространство-время, связь с квантовой механикой и перспективы развития модели // Основания физики и геометрии*. М.: РУДН, 2008. С. 119–133.
18. *Аристов В. В. Реляционное статистическое пространство-время и построение единой физической теории // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2018. № 4 (25). С. 4–20.
19. *Aristov V. V. Constructing relational statistical spacetime in the theory of gravitation and in quantum mechanics // Proceedings of the Fourteenth Marcel Grossmann meeting on Recent Developments in Theoretical and Experimental General Relativity, Astrophysics and Relativistic Field Theory / ed. by M. Bianchi., R.T. Jantzen and R. Ruffini*. Singapore: World Scientific, 2018. P. 2671–2676.

## MACH'S PRINCIPLE AND QUANTUM MECHANICS IN THE RELATIONAL APPROACH

V.V. Aristov

*Federal Research Center “Computer Science and Control”  
of the Russian Academy of Sciences  
44 Vavilova St, bldg 2, Moscow, 119333, Russian Federation*

**Abstract.** The past century after the creation of quantum mechanics forces us to turn to the fundamentals of physical theory at a different level. In the relational approach, statistical spacetime is constructed, which correlates with the probabilistic notions of quantum mechanics. Mach’s principle in its generalized formulation also turns out to be important. The present paper shows how, by moving to a graph formalism for expressing spatial dimensions, coupled with the statistical dimension of time, quantum relationships are derived. Combined with a description of gravitational effects, a general physical apparatus can be created. The global nature of Mach’s principle allows us to connect the micro- and macroscales of description.

**Keywords:** relational statistical spacetime, Mach’s principle, quantum mechanics, unified physical description

DOI: 10.22363/2224-7580-2024-2-92-97

EDN: YMJJFX

УДК 530.12

## О ВОЗМОЖНЫХ ОТВЕТАХ НА МЕТАФИЗИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ О ПРОИСХОЖДЕНИИ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ МАТЕРИАЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ

В.Г. Кречет, А.Э. Киссер

*Московский государственный технологический университет «СТАНКИН»  
Российская Федерация, 127994, Москва, ГСП-4, Вадковский пер., д. 1*

**Аннотация.** В статье показано, что пространство-время с определёнными геометрическими свойствами может являться источником возникновения характерных свойств элементарных материальных объектов. Продемонстрировано, что таким пространством-временем является однородное стационарное пространство с вращением, обусловленным вращением конгруэнций времени-подобных мировых линий.

**Ключевые слова:** стационарное пространство с вращением, электромеханическая модель электрона, принцип неопределенности

Развитие современной фундаментальной физики достигло такого уровня, что в определённых своих разделах она может дать ответы и на некоторые метафизические вопросы об источниках и причинах обладания многими элементарными материальными объектами определёнными свойствами и характеристиками и даже дать возможную интерпретацию и объяснение некоторым квантовым эффектам и принципам.

Если современная физическая наука в основном даёт ответ на вопрос о том, как устроен материальный мир, то на естественный вопрос – почему он так устроен, который может быть отнесён уже к метафизическим вопросам, ответ для современной физики является проблемой.

Здесь мы покажем, что пространство-время с определёнными геометрическими свойствами может являться источником возникновения обозначенных выше свойств и принципов. Таким пространством-временем является однородное стационарное пространство с вращением, обусловленным вращением конгруэнций времени-подобных мировых линий.

Одной из простейших метрик, соответствующих такому однородному пространству-времени, является следующая метрика [1] в сигнатуре (+ + + –):

$$ds^2 = dx^2 + ke^{2\lambda x} dy^2 + dz^2 + 2e^{\lambda x} dt dy - dt^2; \quad k, \lambda = \text{const}. \quad (1)$$

Здесь время  $t$  имеет размерность длины (см) и связано с мировым временем  $t_M$  (с) соотношением  $t = Ct_M$ , а параметр  $\lambda$  определяет угловую скорость

вращения  $\omega$  данного пространства, коэффициент  $k$  – есть параметр причинности ( $k > -1$ ): когда  $k < 0$ , то через каждую точку пространства-времени проходит хотя бы одна замкнутая времени-подобная геодезическая, то есть отсутствует причинная структура в пространстве-времени (1), а когда  $k > 0$ , замкнутые времени-подобные кривые отсутствуют, а причинность восстанавливается.

Такая ситуация проиллюстрирована на рис. 1 на примере поведения времени-подобных геодезических, являющихся мировыми линиями свободного движения материальных частиц, при различных значениях  $k$ , полученных как результат компьютерного моделирования. При  $k < 0$  мировые линии замкнуты во времени.

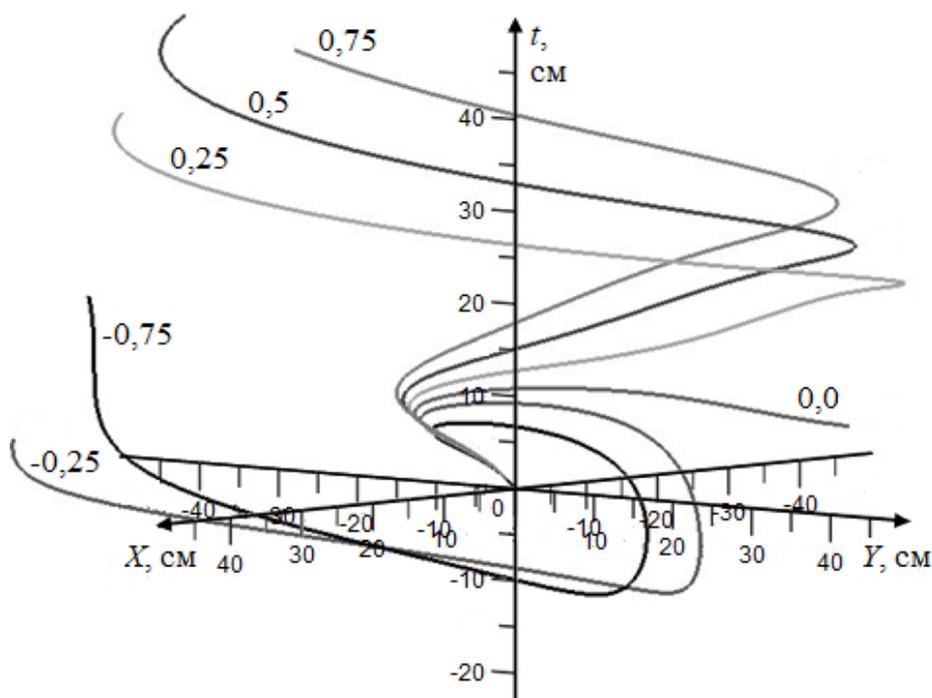


Рис. 1. Мировые линии частицы в декартовых координатах  $x$  и  $y$  (ось времени вертикальна)

В пространстве-времени рассматриваемого вида при отрицательных значениях параметра причинности  $k$  движение материальных частиц имеет ряд особенностей, которые можно трактовать как аналоги квантовых эффектов, что наглядно иллюстрирует рис. 1.

Так, например, при  $k = -0,75$  времени-подобная геодезическая, выходящая из точки  $(0, 0, 0)$  при  $t = 0$ , пересекает плоскость  $z = 0$  опять при  $t = 0$  на расстоянии  $\Delta x = n\lambda_C$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ , то есть нескольких комптоновских длин  $\lambda_C = \hbar / mc$ . По этой причине наблюдатель «видит» частицу в момент  $t = 0$  и в точке  $(0, 0, 0)$ , и на расстоянии  $\Delta x = n\hbar / mc$ , и для наблюдателя возникает неопределённость в определении координаты частицы  $\Delta x$ , а произведение

неопределённостей её импульса  $\Delta p_x = m\nu$  и координаты  $\Delta x$  представляется выражением

$$\Delta p_x \Delta x = m\nu \frac{n\hbar}{mc} = \frac{n\nu}{c} \hbar. \quad (2)$$

Поскольку коэффициент  $n\nu/c$  в выражении (2) есть  $O(1)$ , то из (2) имеем

$$\Delta p_x \Delta x \sim \hbar. \quad (3)$$

Мы получили аналог принципа неопределённости в квантовой механике. Можно сказать, что здесь мы дали объяснение происхождения принципа неопределённости, то есть ответили на метафизический вопрос, почему существует принцип неопределённости.

Теперь, продолжая следить за времени-подобной геодезической при  $k = -0,75$ , мы видим, что эта кривая опять пересекает плоскость  $z = 0$  при  $t = 0$  с другой стороны точки  $(0, 0, 0)$  на более далёком расстоянии от этой точки, так что сторонний наблюдатель «увидит» через короткий интервал времени  $\Delta t$ , что частица при  $t = 0$  находилась уже в другом месте, более далёком от начальной точки, то есть для наблюдателя частица «видится» как бы размазанной с течением времени. Такое «размазывание» материальной частицы по мере роста реального времени можно трактовать как расплывание волнового пакета, соответствующего данной частице.

В данном однородном стационарном пространстве с вращением наличествует однородное вихревое гравитационное поле, представляющее собой в общем случае вихревую составляющую полного гравитационного поля. Математически вихревое гравитационное поле описывается 4-мерным ротором поля касательных к риманову пространству (базе) тетрадных реперов  $e_{(a)}^k(x^i)$ , а с кинематической точки зрения это есть угловая скорость вращения  $\omega^i$  касательных тетрадных реперов

$$\omega^i = \frac{1}{2} \varepsilon^{iklm} e_{k(a)} e_{l,m}^{(a)}. \quad (4)$$

Через аксиальный вектор  $\omega^i$  определяется плотность потока момента импульса (спина)  $S^i(g)$  вихревого гравитационного поля:

$$S^i(g) = \frac{\omega^i}{\sqrt{\varkappa}}, \quad (\varkappa = \frac{8\pi G}{c^4}). \quad (5)$$

В рассматриваемом случае стационарного однородного пространства с вращением (1) для аксиального вектора  $\omega^i$  имеем формулу

$$\omega^i = \frac{\lambda}{2\sqrt{k+1}} \delta_3^i. \quad (6)$$

Интересные эффекты получаются, если рассмотреть в данном пространстве с вихревым гравитационным полем динамику частиц со спином, например электронов, описываемых уравнением Дирака.

В результате действительно получается интересный эффект прецессии спина  $\vec{S}(\psi)$  электрона в вихревом гравитационном поле, аналогичный эффекту прецессии спина электрона в магнитном поле:

$$\frac{d\vec{S}(\psi)}{dt} = [\vec{\Omega} \times \vec{S}], \quad (7)$$

где  $\vec{\Omega} = \sqrt{\frac{3(k+1)}{k}} \vec{\omega}$  – вектор угловой скорости прецессии.

То есть получается, что вихревое гравитационное поле по физическим свойствам аналогично магнитному полю с тем отличием от него, что вихревое гравитационное поле одинаково воздействует как на электрически заряженные частицы, так и на нейтральные.

Ещё интересным и важным результатом является то, что доказано существование обязательной связи между угловой скоростью вращения  $\omega$  вихревого гравитационного поля и массой  $m$  дираковской частицы, например электрона

$$\omega = \frac{mc^2}{\hbar}, \quad (8)$$

где  $\omega = \frac{\lambda c}{2\sqrt{k+1}}$  – есть угловая скорость вращения гравитационного вихря.

Но если теперь моделировать электрон в рамках классической физики как электромеханический объект с электрическим зарядом  $e$ , имеющий форму цилиндра с однородным распределением массы и радиусом основания  $r_e$ , равным комптоновской длине волны электрона  $r_e = \hbar/mc$ , и считать, что его момент импульса  $\hbar/2$  обусловлен вращением вокруг оси симметрии OZ с угловой скоростью  $\omega_e$ , то будем иметь соотношение

$$\frac{\hbar}{2} = J_z \omega_e, \quad (9)$$

где  $J_z = mr_e^2/2$  – момент инерции однородного цилиндра относительно оси. Откуда получим

$$\frac{\hbar}{2} = \frac{mr_e^2}{2} \omega_e; \quad \frac{\hbar}{2} = \frac{m}{2} \left( \frac{\hbar}{mc} \right)^2 \omega_e; \quad \omega_e = \frac{mc^2}{\hbar}. \quad (10)$$

Сравнивая (8) и (10), получаем, что  $\omega = \omega_e$ , то есть угловая скорость вращения  $\omega_e$  электрона равна угловой скорости вращения  $\omega$  фонового вихревого гравитационного поля в рамках предложенной электромеханической модели электрона.

Классическая электромеханическая модель электрона, как вращающегося цилиндра с зарядом  $e$ , даёт объяснение существованию магнитного момента электрона и его величине [1].

Полагая, что электрический заряд электрона  $e$  равномерно распределен по его боковой цилиндрической поверхности, получаем вследствие вращения кольцевой электрический ток по поверхности электрона с силой тока  $I = \frac{e\omega}{2\pi}$ . Но из классической электродинамики известно, что магнитный момент  $M_l$  кольцевого тока определяется формулой  $M_l = IS$ , где  $S$  – площадь кольца ( $S = \pi r^2$ ). Подставляя в формулу для  $M_l$  выражения для силы тока, угловой скорости вращения электрона и размеров электрона в данной модели, получим величину магнитного момента  $M_e$  электрона:

$$M_e = \frac{e}{2\pi} \frac{mc^2}{\hbar} \pi \left( \frac{\hbar}{mc} \right)^2 = \frac{e\hbar}{2m}. \quad (11)$$

Эта формула точно совпадает с формулой для магнетона Бора  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$ , которым, как известно, определяется магнитный момент электрона с аномальным гиромагнитным отношением  $\frac{M_e}{\hbar/2} = \frac{e}{m}$ .

В результате мы дали в рамках предложенной модели электрона ещё один ответ на метафизический вопрос о том, почему электрон имеет магнитный момент, да ещё с аномальным гиромагнитным отношением.

Здесь следует также подчеркнуть, что в предложенной классической электромеханической модели электрона, как вращающегося цилиндра, максимальные скорости его точек имеются на боковой поверхности, и они с учётом радиуса основания цилиндра  $r_e = \hbar/mc$  будут равны скорости света  $c$ , так что боковая поверхность электрона совпадает со световым горизонтом для него, и электрон находится внутри своего светового горизонта. Таким образом, никаких сверхсветовых скоростей у всех точек объёма электрона в предложенной модели не существует, и тем самым она является непротиворечивой.

### Литература

1. *Кречет В. Г.* Гравитационные и квантовые эффекты во вращающихся космологических моделях // Изв. вузов. Физика. 1992. Т. 35, № 6. С. 35–38.

## **ON POSSIBLE ANSWERS TO METAPHYSICAL QUESTIONS ABOUT THE ORIGIN OF CHARACTERISTIC PROPERTIES OF ELEMENTARY MATERIAL OBJECTS**

**V.G. Krechet, A.E. Kisser**

*Moscow State Technological University "STANKIN"  
1 Vadkovsky Pereulok, Moscow, GSP-4, 127994, Russian Federation*

**Abstract.** The paper shows that space-time with certain geometrical properties can be a source of origin of characteristic properties of elementary material objects. It is demonstrated that such space-time is a homogeneous stationary space with rotation caused by the rotation of congruences of time-like world lines.

**Keywords:** stationary space with rotation, electromechanical model of the electron, uncertainty principle

# ПРОБЛЕМЫ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ФИЗИЧЕСКИХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

DOI: 10.22363/2224-7580-2024-2-98-115

EDN: XYPOJA

## О ВЛИЯНИИ МОЩНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ НА ПАРАМЕТРЫ СТАНДАРТОВ ВРЕМЕНИ И ЧАСТОТЫ

В.А. Панчелюга\*, М.С. Панчелюга

*Институт теоретической и экспериментальной биофизики РАН,  
Российская Федерация, 142290, Московская обл., г. Пущино,  
ул. Институтская, д. 3*

**Аннотация.** В настоящей работе сделана попытка рассмотрения с единых позиций круга экспериментальных феноменов, связанных с некоторым неустановленным внешним влиянием на стандарты времени и частоты. К последним кроме традиционных кварцевых и рубидиевых генераторов, водородных стандартов частоты мы относим также процесс радиоактивного распада, который традиционно играет роль ультрастабильных часов в различных методах радиоизотопного датирования. Причем «ультрастабильность» таких часов обычно предполагается для «ультрабольших» промежутках времени. Рассмотрены некоторые особенности гипотетического внешнего воздействия, а также наблюдаемые при этом характерные периоды. Также кратко рассмотрены исследования, в которых предприняты попытки воссоздать процесс влияния на кварцевые и радиоизотопные эталоны в лабораторных экспериментах.

**Ключевые слова:** кварцевый генератор, рубидиевый генератор, водородные стандарты времени и частоты, пульсары, радиоактивный распад, радиоизотопное датирование, закон радиоактивного распада, флуктуации скорости радиоактивного распада, собственные колебания Земли, универсальный спектр периодов.

### Введение

Предметом настоящей статьи являются экспериментальные феномены, связанные с некоторым неустановленным внешним влиянием на стандарты

---

\* E-mail: VictorPanchelyuga@gmail.com

времени и частоты – наиболее стабильные приборы, которые в настоящее время имеются у человечества. Высокая стабильность их параметров означает, в первую очередь, крайне слабый, в идеале нулевой, отклик на любое внешнее воздействие. В данном разделе будут рассмотрены примеры некоторого пока неустановленного внешнего влияния, которое способно возмущать параметры этих ультрастабильных приборов.

К стандартам времени, кроме традиционных кварцевых и рубидиевых генераторов, водородных стандартов частоты мы относим также процесс радиоактивного распада. Радиоактивный распад, мгновенные значения или флуктуации которого часто используются как эталон случайности в промышленно выпускаемых высококачественных генераторах случайных чисел, со стороны своих средних значений традиционно выступает в роли ультрастабильных часов, используемых в различных методах радиоизотопного датирования. Ход таких часов описывается законом радиоактивного распада, и со времен Резерфорда предполагается, что никакие внешние воздействия не влияют на среднюю скорость распада радиоактивных изотопов. Причем «ультрастабильность» таких часов обычно предполагается для «ультрабольших» промежутках времени, на которых стабильность вышеперечисленных кварцевых, рубидиевых, водородных стандартов, с одной стороны, никем по понятным причинам не изучалась, а с другой – на основании того, что нам уже известно, очевидно, совершенно неудовлетворительна. По этой причине продолжают поиски новых эталонов, обладающих хорошей долговременной стабильностью. В качестве примера возможного кандидата можно привести пульсары – намагниченные быстро вращающиеся нейтронные звёзды, чья беспрецедентная ротационная устойчивость может стать основой шкалы пульсарного времени с нестабильностью менее  $10^{-18} \dots 10^{-19}$ , и которая может использоваться для синхронизации используемых ныне атомных шкал, основанных на водородных стандартах [1].

Рассмотрим примеры вариаций в упомянутых выше устройствах, служащих эталоном стабильности: кварцевые часы персонального компьютера [2], высокостабильные кварцевые генераторы, используемые в частотоизмерительной аппаратуре [3–4] и, наконец, водородный и рубидиевый стандарты Государственной службы времени и частоты СССР (ГСВЧ СССР) [5].

### ***Кварцевые генераторы***

В [2] исследовались флуктуации «компьютерного времени», обеспечиваемого кварцевыми генераторами. Для этого регистрировалось время исполнения цикла с программно фиксированной длиной (6,8 с) для DOS-системы. На Фурье-спектрах были обнаружены обладающие высокой спектральной плотностью регулярные флуктуации с периодами 0,5 и 1 мин. На их фоне часто наблюдаются импульсы – резкие увеличения длительности цикла с амплитудой, значительно превосходящей интервал обычных регулярных флуктуаций. Временной интервал между импульсами варьирует от 15 до 43 мин, тогда как внутри этого интервала период колебаний составляет

2–3 мин. Отмечается, что обнаруженные закономерности подобны представленным в работе [6].

В серии работ [3–4] исследовалась разность фаз в системе, состоящей из двух прецизионных кварцевых генераторов, расположенных таким образом, чтобы плоскости колебаний их кварцевых кристаллов были ортогональны. Очевидно, в силу этого обстоятельства авторы назвали выходной сигнал системы Т-сигналом. В спектре мощности Т-сигнала, зарегистрированного 5–12 августа 1991 г., обнаружены пики в области 60 и 38 мин [3]. В [4], являющейся продолжением исследований, начатых в [3], были найдены периоды 37,9 и 67,4 мин. В то время как период 37,9 мин можно рассматривать, как уточнённое значение периода 38 мин, то период 67,4 мин, по нашему мнению, является новым и относится к другой группе периодов, чем период 60 мин.

Авторы [3–4] отмечают, что близкие к обнаруженным ими периоды присутствуют в спектре мощности рентгеновского излучения Солнца: 36,3 и 59,5 мин [7]. Также в работах [3–4] были проведены синхронные измерения Т-сигнала и интенсивности свечения культуры фотобактерий, находящихся в средоизолирующем боксе, которые показали, что кривые ежесуточных значений светимости фотобактерий и дисперсии Т-сигнала очень похожи (коэффициент корреляции достигает значения 0,9), что свидетельствует о высокой биологической активности фактора, определяющего значения Т-сигнала.

### ***Водородные и рубидиевые стандарты времени и частоты***

Временной ход флуктуаций в стандартах времени и частоты изучался в [5]. В данном экспериментальном исследовании источниками флуктуаций служили водородные и рубидиевые стандарты Государственной службы времени и частоты СССР. Выходной сигнал формировался путем сличения частот водородного и рубидиевого стандартов. На основе полученных временных рядов строились их спектры мощности. Авторы особо выделяют значительную амплитуду относительной мощности отдельных периодов:  $29 \pm 3$ ,  $40 \pm 4$ ,  $58 \pm 5$ ,  $70 \pm 7$  мин. В рассматриваемой работе приведено 5 спектров мощности выходного сигнала. Кроме упомянутых выше периодов в спектрах можно выделить и другие пики, имеющие несколько меньшие амплитуды. В работе [8] также сообщается о периодах 160, 70, 58 мин в разности частот двух квантовых стандартов частоты – водородного и рубидиевого.

Особо подчеркивается, что аппаратурные и геофизические помехи с такими временными характеристиками исключены и предполагается, что причиной наблюдаемых периодов является непосредственное воздействие солнечных процессов на стандарты времени и частоты посредством гравитационных волн. Авторы пишут: «В итоге мы приходим к выводу, что гравитационные волны от Солнца, Земли и всей Вселенной могут заметно возмущать ход атомных стандартов частоты. Возможно, что именно гравитационные шумы и ограничивают стабильность атомных стандартов» [5. С. 20].

Гравитационно-волновой механизм возмущения стандартов частоты в настоящее время представляется достаточно спорным. Но на то, что роль гравитационного поля в данном случае важна и должна учитываться в ходе наблюдений, указывают измерения, выполненные во время солнечных затмений. В них, с одной стороны, отмечается локальное изменение силы тяжести [9], а с другой – наблюдаются возмущения в ходе атомных стандартов частоты [10–12]. Совместное рассмотрение этих работ [9–12] наводит на мысль о проверочном эксперименте, в котором моделируется небольшое по амплитуде периодическое изменение силы тяжести. Присутствие моделируемых периодов в рядах флуктуаций стандартов частоты могло бы стать решающим аргументом в пользу действующего механизма, который обуславливает наличие периодической компоненты в спектре измеряемых флуктуаций.

Данный раздел мы хотели бы завершить двумя примерами «импульсного» влияния на стандарты времени, возникающего в ходе мощных нестационарных процессов.

### *Нестационарные процессы при пусках мощных ракет*

В работе [17] рассмотрены нестационарные процессы, связанные с набором стартовой мощности ракет: «Ракетный двигатель до момента отрыва работает с набором стартовой мощности, – имеет место нестационарный процесс, но далее в полете до отделения первой ступени она изменяется незначительно, то есть процесс уже стационарный» [17]. Анализ телеметрических данных, получаемых в этот момент, показал наличие необъяснимых аномалий. Автор отмечает, что наблюдаемые аномалии могут быть объяснены, если предположить, что во время набора стартовой мощности происходит локальное изменение скорости хода времени.

Автор пытается объяснить механизмы наблюдаемого явления, опираясь на козыревские представления о физической природе времени. Он пишет: «Одно из положений гипотезы Козырева гласит: „Если время воздействует на систему с причинно-следственной связью, то должны меняться физические свойства вещества... изменяется частота колебаний кварцевых пластин, уменьшается электропроводность и объем ряда веществ...“ Это доказано опытом. А система управления – сплошь кварцевые пластины и электропроводные вещества» [17].

Отмечается, что наблюдаемые погрешности относительно невелики, но с появлением более мощных ракет или новых задач, связанных с подобными нестационарными процессами, масштаб явления будет увеличиваться и погрешности могут стать критическими.

Очевидно, что наряду с рассмотренным примером мощного нестационарного процесса искусственного происхождения должны существовать подобного рода процессы природного происхождения. Как правило, мощность таких процессов может на много порядков превосходить мощность процессов, которые могут быть созданы искусственным путем. Далее будет рассмотрен

пример, в котором зарегистрированные реакции кварцевых генераторов предположительно связаны с мощным землетрясением.

### Каирское землетрясение

В качестве примера нестационарных процессов могут быть рассмотрены мощные землетрясения. В [18] приведены результаты измерений фазоразностного сигнала двух высокостабильных кварцевых генераторов, которые были выполнены в Томске во время Каирского землетрясения в октябре 1992 г. Как следует из рис. 1, в момент второго толчка происходит сбой фазы колебаний фазоразностного сигнала, что, очевидно, связано с переходом от колебаний с периодом 70–80 с к режиму практически гармонических колебаний с периодом 160 с.

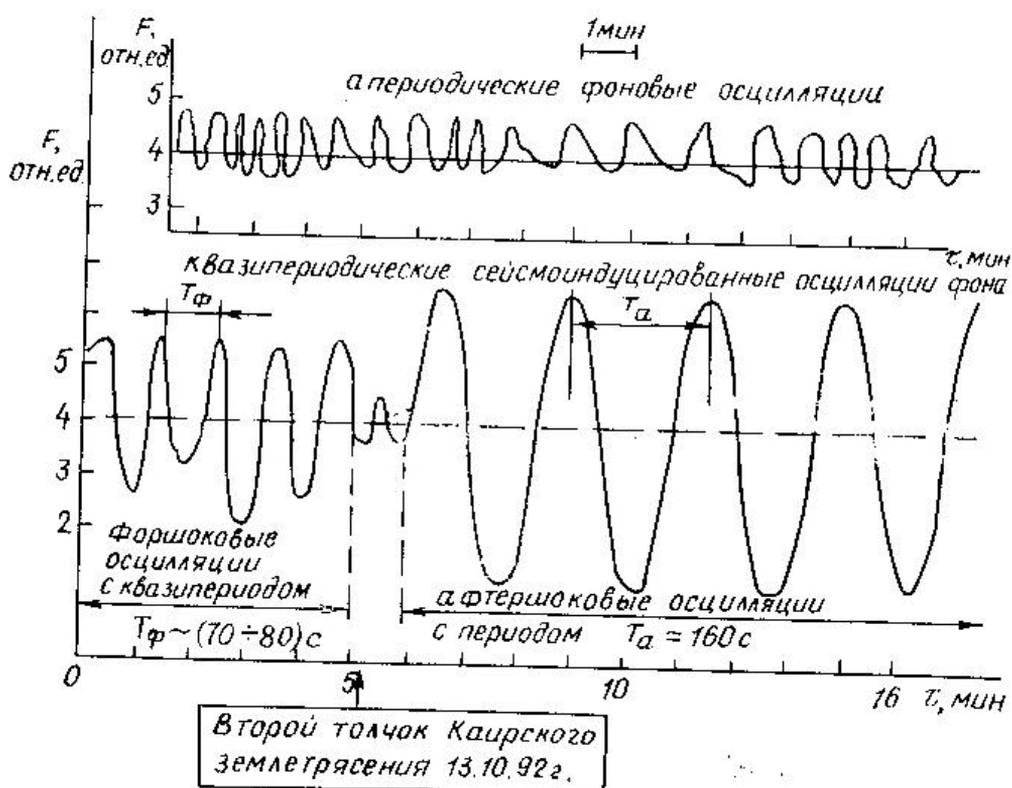


Рис. 1. Фазоразностный сигнал двух высокостабильных кварцевых генераторов  
Источник: [18].

Суммируя первые два примера, важно отметить очень хорошее совпадение отмеченных выше периодов со спектром периодов, впервые представленным в [13–16]. Как будет отмечено далее, найденные в [13–16] частоты принадлежат спектру, связанному со спектром собственных колебаний Земли. Механические напряжения, возникающие в процессе этих колебаний, являются одним из самых мощных нестационарных процессов, возможных в

земных условиях. Локальное изменение скорости хода времени, модулируемое таким процессом, могло бы быть одним из самых привлекательных объяснений обнаруженного совпадения. Данный спектр более подробно будет рассмотрен в следующем разделе.

В то время как в первых двух примерах внешнее воздействие условно можно назвать «непрерывным», в двух последних – это, скорее, «импульсное» воздействие, четко локализованное на временной оси. Поэтому отклик исследуемой системы однозначно привязан к моменту воздействия и, следовательно, к процессу-индуктору: набору мощности двигателями стартующей ракеты и мощному землетрясению. В случае двух первых примеров, где речь идет о совпадении периодов, такое совпадение не позволяет однозначно установить причинно-следственную связь. А совпадение найденных частот со спектром собственных колебаний Земли говорит лишь о том, что колебания Земли *могут* быть причиной соответствующих колебаний в стандартах времени и частоты, поэтому в третьем разделе настоящей работы мы рассмотрим «импульсные» воздействия как лабораторного, так и природного происхождения.

## 1. Универсальный спектр периодов и флуктуации в стандартах времени и частоты

В работе [13] нами был впервые представлен локальный фрактальный анализ шумоподобных временных рядов методом всех сочетаний (МВС-метод). Именно этот метод, позволяющий вычисление с хорошей точностью фрактальной размерности по коротким (десятки точек) отрезкам временного ряда, позволил найти представленный ниже спектр периодов во временных рядах флуктуаций скорости альфа-распада. Как отмечалось выше, такие ряды могут рассматриваться как эталонная последовательность случайных чисел. В то же время наличие таких периодов заставляет задуматься над «равномерностью хода» радиоизотопных эталонов времени.

МВС-метод является дальнейшим развитием метода минимальных покрытий (ММП) [19], который модифицирует традиционно используемый метод покрытий прямоугольниками, вводя требование минимальности покрытия, достигаемое в случае, когда величина покрывающего прямоугольника точно равняется величине размаха (разности между максимальным и минимальным значением) функции на отрезке временного ряда, для которого вычисляется фрактальная размерность. Как показано в [19], выполнение данного требования обеспечивает более быстрый выход на асимптотический режим и дает возможность определения фрактальной размерности на основе значительно более коротких отрезков временных рядов. Более быстрый выход на асимптотический режим достигается благодаря устранению ошибки, возникающей из-за того, что «высота» покрывающего прямоугольника, как правило, не совпадает с размахом анализируемого отрезка временного ряда. Использование минимальных покрытий полностью устраняет данную ошибку, имеющую чисто алгоритмическую природу. По образному

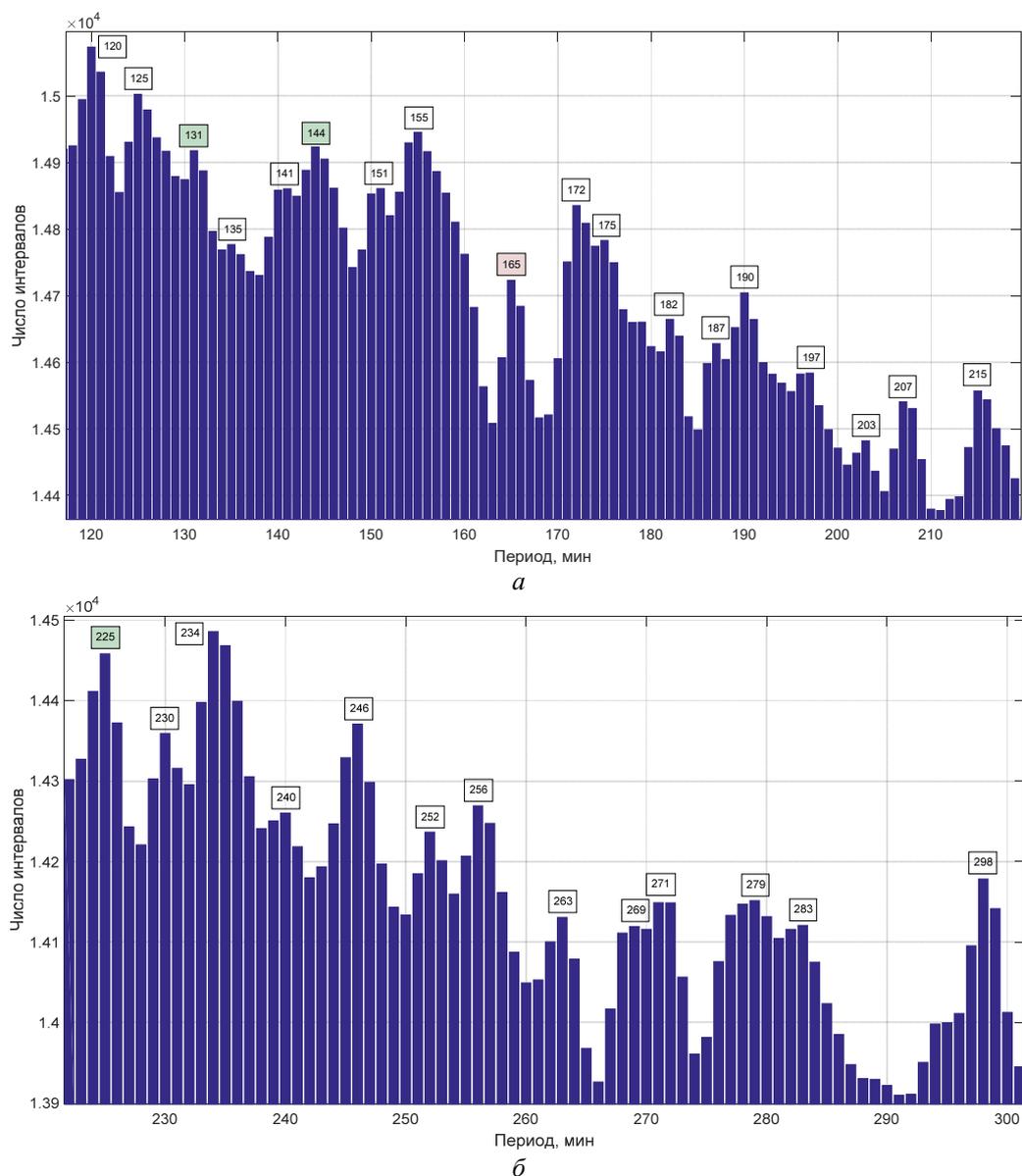
выражению авторов ММП-метода, идея минимальных покрытий убирает масштаб по оси ординат.

МВС-метод [13] соединил в себе основные идеи ММП-метода с требованием инвариантности фрактальной размерности относительно линейных преобразований (сдвиги, растяжения, зеркальные отражения), а также относительно перестановок элементов отрезка временного ряда, на основе которого вычисляется фрактальная размерность. Последнее свойство является отличительной особенностью МВС-метода, придающей ему ряд уникальных свойств. Важнейшим из них является локальность – возможность вычисления фрактальной размерности для коротких отрезков анализируемого временного ряда. При этом, в отличие от ММП-метода, для отрезка временного ряда длиной  $N = 2^n$  МВС-метод позволяет проанализировать  $N - 1$  масштабов, а не  $n$ , как в ММП-методе и других методах, обычно используемых для вычисления фрактальной размерности. Благодаря этому свойству величина  $N$  может быть значительно уменьшена, а точность определения фрактальной размерности существенно возрастает. Также хотелось бы особо отметить, что в случае использования МВС-метода значение  $N$  не обязано быть кратным  $2^n$ , а может быть любым.

Свойство инвариантности относительно перестановок элементов временного ряда достигается благодаря изменению концепции анализа фрактальной размерности: вместо процедуры разбиения временного ряда на фиксированные отрезки, длины которых равняются анализируемому временному масштабу, используются все возможные сочетания из элементов анализируемого отрезка временного ряда, соответствующие анализируемому временному масштабу. Такой подход позволяет устранить ошибки вычисления фрактальной размерности, обусловленные наличием «выпадающих» элементов временного ряда, возникающих при «механическом» разбиении его на последовательные отрезки. Использование метода всех сочетаний устраняет этот недостаток и, если продолжать аналогию, устраняет масштаб по оси  $X$ .

Одним из первых результатов использования МВС-метода для анализа шумоподобных временных рядов было исследование 329-суточного массива флуктуаций скорости  $\alpha$ -распада, обнаружившее устойчивый набор периодов в диапазоне 1–115 мин [14]. В [14] было показано, что найденные периоды с хорошей точностью совпадают с периодами собственных колебаний Земли. Это совпадение проявляется как для классических, так и для так называемых сейсмогравитационных или длинноволновых колебаний Земли [14].

Для указанного диапазона периодов была показана не только тесная связь найденного спектра со спектром собственных колебаний Земли, но также его универсальный характер: спектры периодов, найденные для флуктуационных процессов в системах различной природы всегда совпадали с соответствующей частью спектра, найденного для временных рядов флуктуаций скорости  $\alpha$ -распада (рис. 2) [14]. В силу универсального характера спектра [14] будем в дальнейшем называть его универсальным спектром периодов (УСП).



**Рис. 2. Суммарный спектр периодов во флуктуациях скорости альфа-распада для диапазона 120–220 мин (а) и 220-300 мин (б)**

Свойство универсальности, впервые отмеченное в [14], было подтверждено дальнейшими исследованиями, в частности изучением спектров во флуктуациях температуры мелких млекопитающих и птиц [20], в том числе с разным уровнем метаболизма [21]. Основной результат работ [20–21]: УСР в флуктуациях температуры тем лучше выражен, чем больше изолированы друг от друга изучаемые группы животных. Условие изолированности лучше всего выполняется в случае пространственно-разнесенных измерений, когда исследуемые группы разнесены на единицы километров и более, при этом полностью исключается какой-либо контакт между исследуемыми группами

и устраняются вклады, связанные с «локальной синхронизацией». Отмеченный результат [20–21] говорит, в первую очередь, о внешней природе агента, обуславливающего УСП в флуктуациях температуры экспериментальных животных. Также на внешнюю природу предполагаемого агента указывает универсальность УСП: одни и те же периоды наблюдаются как в случае флуктуаций скорости альфа-распада [14], так и в случае флуктуаций температуры [20–21].

Результаты работ [14; 20–23] свидетельствуют о биологической активности УСП. Пожалуй, наиболее ярко это выражено в совпадении частот УСП с так называемыми околочасовыми ритмами (ОР), обнаруженными на всех уровнях живого – от клеточной ритмики до поведенческих реакций [23].

Наличие такого внешнего синхронизатора вступает в кажущееся противоречие с «внутренними» механизмами ОР, которые в некоторых случаях детально исследованы [24–25]. Но, как известно, необходимым условием синхронизации является автоколебательный характер синхронизируемых систем [26]. Если генераторы ОР рассматривать как автоколебательные системы, частоты которых близки к частотам УСП, то, как известно [26], такая система может быть синхронизована сколь угодно слабым внешним воздействием.

В этом случае возникает вопрос о том, как частоты «ОР-автогенераторов» оказались близкими к частотам УСП? Исходя из отмеченной выше связи УСП со спектром собственных колебаний Земли, которые, так или иначе, модулируют практически все процессы в литосфере (микрофлуктуации атмосферного давления, флуктуации электрического и магнитного полей и др. [27]) и которые практически в неизменном виде присутствовали в ходе всей биологической эволюции, задавая слабый, но очень стабильный частотный фон, на котором происходило формирование ныне существующих биосистем. Очевидно, наличие такого фона должно вести к «эволюционному импринтингу» УСП-частот, что в конечном итоге и привело к отмеченному выше совпадению ОР- и УСП-периодов.

Всё сказанное выше, касаемое УСП, можно было бы попробовать вывести из связи УСП и собственных колебаний Земли, которые, как отмечалось, модулируют все процессы в земных геосферах. Но дальнейшие исследования обнаружили связь УСП со спектрами периодов ряда астрофизических систем: периодами в спектрах астрофизических мазеров [28–29], вращательными периодами астероидов [30], а также двойных звездных систем [31]. Совокупно работы [28–31] выводят УСП из земной «сферы обитания» и дают основание смотреть на него как на глобальный космофизический феномен.

Стандарты времени и частоты, как и любые другие процессы, претерпевают вариации с частотами УСП, как это было детально продемонстрировано в [14], а также кратко рассмотрено в первой части настоящей статьи.

## 2. Лабораторные исследования внешнего влияния на стандарты времени и частоты

В настоящем разделе мы рассмотрим примеры лабораторных исследований, в которых обнаружено влияние на эталоны времени: ультрастабильные кварцевые генераторы и радиоактивный распад.

### *Мощный механический удар*

В рассматриваемой серии исследований в качестве генератора воздействия использовался процесс механического удара, реализуемого в процессе направленного (при помощи вышки высотой 12 м) падения груза весом 150 кг на металлическую наковальню. В качестве детектора использован высокостабильный кварцевый генератор с двойным термостатированием ГК-216-ТС. Генераторы этого типа обладают низким уровнем фазовых шумов. Они вакууммированы и помещены в металлические корпуса, служащие дополнительным экраном для электромагнитных полей. Относительная нестабильность частоты используемого кварцевого генератора для условий эксперимента (2–4 часа на одну серию измерений) не превышала  $10^{-10} \dots 10^{-11}$ .

Для того чтобы выделить небольшое изменение резонансной частоты генератора использовалась схема измерений «опыт-контроль», то есть, после каждого «опыта» – регистрации сигнала на выходе кварцевого генератора в момент удара тяжелой металлической болванки о металлическую наковальню – регистрировался сигнал в отсутствие такого удара, который служил «контролем». На основе нескольких десятков опытных и контрольных регистраций, разделенных на две серии, рассчитывались два суммарных спектра. Разность этих спектров позволяла выявить наличие или отсутствие сдвига частоты в сигнале кварцевого генератора.

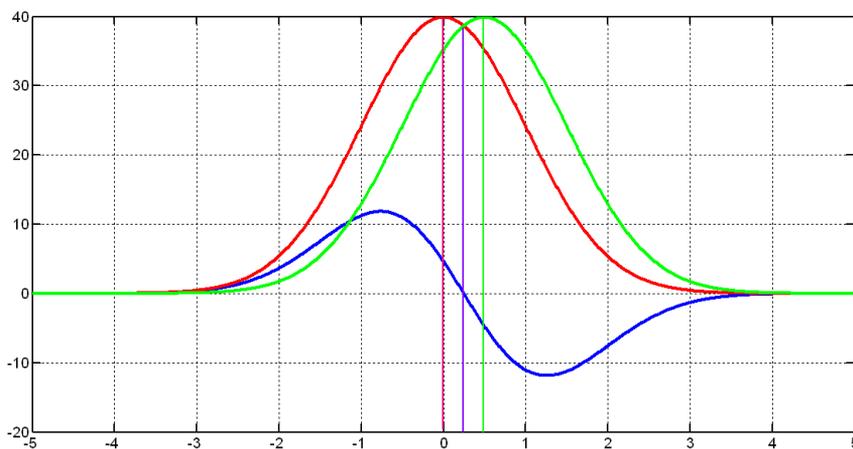
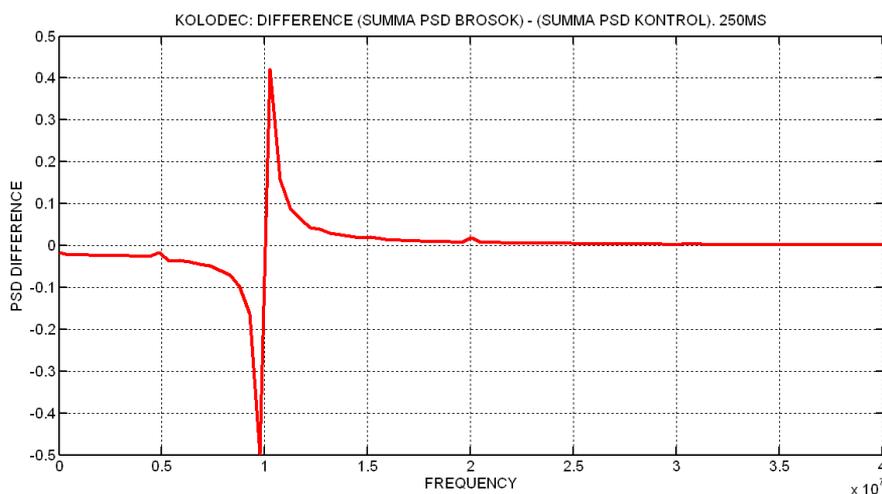


Рис. 3. Вид разностного спектра (синяя линия) в случае, если присутствует частотный сдвиг между двумя исходными суммарными спектрами (красная и зеленая линии)

На рис. 3 показан результат численного моделирования формы разностного спектра для случая, когда разность между суммарными спектрами заключается только в наличии частотного сдвига. На рис. 4 представлен экспериментальный разностный спектр.



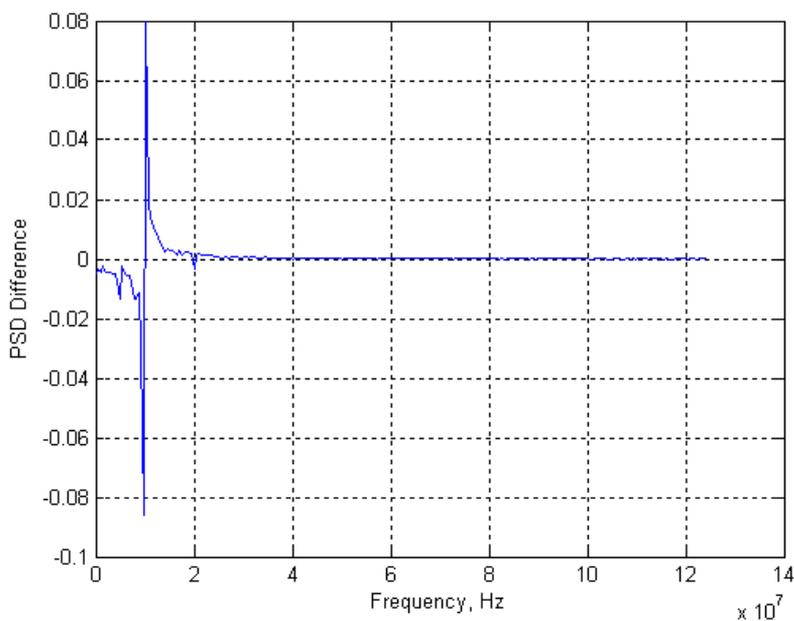
**Рис. 4.** Разность суммарных спектров, полученная в эксперименте

Как можно видеть из графика на рис. 4, форма разностного спектра, полученная в эксперименте, хорошо соответствует результатам моделирования, приведенным на рис. 3. Это обстоятельство говорит в пользу того, что в эксперименте был зарегистрирован именно частотный сдвиг между разностными спектрами. Изменения разностного спектра, обусловленные другими причинами, помимо частотного сдвига, анализируются в [32], где показано, что в этом случае форма такого спектра будет кардинальным образом отличаться от приведенного на рис. 3. В силу отмеченной «узнаваемости» частотного сдвига мы можем утверждать, что полученные в эксперименте разностные спектры связаны именно с изменением частоты кварцевого генератора в опыте по отношению к контролю.

### *Мощный электрический разряд*

В [33] рассмотрено изменение частоты ультрастабильного кварцевого генератора в окрестности мощного электрического разряда. Использовалась та же методика проведения эксперимента, что и рассмотренная выше.

На рис. 5 представлен разностный спектр, полученный в результате воздействия серии электрических разрядов с энергией 4 кДж. Можно видеть, что форма спектра в этом случае также совпадает с модельной (см. рис. 3), что свидетельствует о том, что в данном случае мы также имеем частотный сдвиг.



**Рис. 5.** Разность суммарных спектров для опыта и контроля. Исследуется воздействие электрических разрядов с энергией 4 кДж на частоту кварцевого генератора

### *Падение фрагментов кометы Шумейкера – Леви*

Наряду с лабораторными экспериментами можно рассмотреть также ряд природных явлений, которые приводят к мощным механическим ударам в результате падения масс, несоизмеримо больших, чем те, которые доступны в лабораторных условиях.

Одними из таких исследований являются работы новосибирской группы, начавшей свою работу с начала 1980-х гг. под руководством академика М.М. Лаврентьева. Здесь в первую очередь следует отметить серию работ, опубликованную в ДАН СССР [34–37], основной целью которых было повторение оригинальных исследований Козырева. Положительный результат этих экспериментов дал импульс дальнейшим исследованиям, среди которых особо хотелось бы отметить мониторинг изменений массы ряда природных минералов [38], а также введение в практику исследований так называемых «зеркал Козырева». Особо ценным среди результатов новосибирской группы видится проведение мониторинга во время падения фрагментов кометы Шумейкер – Леви 9 на Юпитер, результаты которого были описаны в [39–40], а также в недавно вышедших статьях [41–42].

Одним из главных результатов, по мнению авторов эксперимента, является обнаружение того, что реакция используемых наземных тест-систем опережает световой сигнал на величину  $\sim 43$  мин (при среднем расстоянии до Юпитера порядка 750 млн км) – обнаружена сверхсветовая коммуникация [41]. Также обнаружено длительное «...необратимое изменение базального состояния двух весьма разных по физической природе систем. Речь идет о несимметричных крутильных весах (изменение угла поворота коромысла) и о некоторой сложной смеси в предкритическом состоянии в запаянной

пробирке (произошел фазовый переход «жидкость–кристалл») [41. С. 101]. Также предполагается биологическая активность обнаруженного сигнала [41].

О том, что выбросы солнечных корональных масс биологически активны, то есть являются причиной некоторого агента, который, в частности, проявляется в статистике вызовов скорой помощи, говорится в [43].

### **Всплески в скорости бета-распада. Природные влияния на скорость радиоактивного распада.**

Очень интересная серия работ была выполнена А.Г. Пархомовым с использованием источника  $^{60}\text{Co}$  в сочетании со счетчиком Гейгера, расположенным в фокусе параболического зеркала. Этот своеобразный телескоп за счет суточного вращения Земли более двух лет круглосуточно сканировал небесную сферу. Обычный ход измерений скорости счета, вполне соответствующий статистике Пуассона, время от времени нарушался всплесками протяженностью до нескольких часов, когда скорость счета высокодостоверно возрастала. Эти аномальные участки занимали примерно 1/1000 всего времени наблюдений. Всплески происходили преимущественно тогда, когда телескоп был отклонен от Солнца на угловое расстояние 30–40 градусов, хотя зарегистрированы всплески и в другое время [44].

Во втором варианте этого опыта телескопу было придано колебательное движение перпендикулярно линии сканирования, связанной с суточным вращением Земли. При такой модификации опыта число регистрируемых всплесков резко повысилось.

Как отмечает А.Г. Пархомов, эксперименты с фокусирующим зеркалом были проведены целенаправленно для проверки идеи о возможной роли потоков нейтрино очень низких энергий как одного из факторов космофизических воздействий [45]. По мнению автора, полученные результаты вполне подтверждают предсказания, сделанные в этих работах.

Описанные эксперименты по выбросам в скорости бета-распада в фокусе параболического зеркала являют пример наиболее впечатляющего природного влияния на процесс радиоактивного распада, когда в некоторых случаях вариации скорости достигают нескольких порядков. В настоящее время «резерфордский запрет» на невозможность изменения скорости радиоактивного распада преодолен, и в мировой научной печати существует огромный массив статей, посвященных различным периодам в вариациях скорости радиоактивного распада. Показано, что годовые и сезонные периоды обычно имеют амплитуды  $\sim 10^{-1} \dots 10^{-3}$ , а околосесячные и суточные  $\sim 10^{-3} \dots 10^{-5}$ , что на много порядков меньше выбросов, обнаруженных А.Г. Пархомовым. Более детально эти вопросы рассмотрены в обзоре [46].

В отличие от рассмотренных выше работ, в которых речь идет об изменении *средних значений*, в [47] обнаружено влияние быстро вращающейся массивной центрифуги K70 фирмы «JANETZKI», симметрично нагруженной двумя стаканами с водой весом около 1,5 кг каждый, на *флуктуации* скорости альфа-распада. Скорость вращения ротора разогнанной центрифуги

равнялась 3000 об/мин. Эксперименты проводились как последовательность чередующихся 5-минутных циклов с работающим и выключенным двигателем, то есть период воздействия равнялся 10 мин. Использование как гистограммного анализа, так и МВС-анализа для анализа зарегистрированных временных рядов флуктуаций скорости альфа-распада показало наличие 5-минутного периода. То есть реакцию на моменты разгона и торможения ротора центрифуги, а не на сам факт вращения. Влияние оказывалось в моменты, когда производная скорости вращения не равнялась нулю. Такие моменты были названы «режимы с ускорением».

В некотором смысле зеркальной системой к описанным экспериментам с центрифугой является детектор Смирнова, в котором «режимы с ускорением» обеспечивают его чувствительность к определенным моментам в пространственно-временном положении небесных тел. Детальное описание детектора Смирнова дано в [48]. Его базовым элементом является латунный волчок весом 265 г, установленный на магнитной платформе, которая, в свою очередь, подвешена в сильном магнитном противопололе. Скорость вращения волчка 3600 об/мин. Одна из главных особенностей устройства заключена в специальном режиме вращения: на каждом обороте производится импульсное торможение, длительность которого находится в пределах  $18 \div 30$  % от периода вращения и в каждом конкретном случае подбирается экспериментально. Благодаря такому периодическому подтормаживанию в системе появляются «режимы с ускорением» и вместе с этим появляется искомая реакция вращающейся массы на координатно-временное положение небесных тел, состоящая в изменении угловой скорости вращения.

Обнаружена реакция детектора Смирнова на следующие события: восходы и заходы планет Солнечной системы, включая Солнце и Луну, моменты наступления новолуния и полнолуния, перигей и апогей Луны, солнечные и лунные затмения, афелий и перигей Земли, кульминации планет и т.д. Для перечисленных событий период вращения волчка изменялся в пределах  $75 \div 200$  микросекунд. В то же время в ходе экспериментов были зарегистрированы необычайно сильные воздействия, в результате которых период вращения волчка изменялся до 400 и более микросекунд, причём временная протяжённость такого воздействия составляла в среднем  $5 \div 10$  минут. Корреляция полученных сигналов с информацией о произошедших землетрясениях показала, что полученные сигналы всегда упреждали начало землетрясений от трёх до пятнадцати дней. Землетрясения по истечении этого времени происходили в районах, на которые было «нацелено» устройство во время проведения регистрации.

Довольно неожиданной регистрацией явились периодические сигналы. Эти сигналы регистрируются два раза в году – в октябре и мае месяце, то есть на хорде земной орбиты, соединяющей созвездия Тельца и Девы. Причём временной интервал между сигналами увеличивается по мере движения Земли по орбите и приблизительно через пять дней сигнал совсем пропадает.

Из событий, связанных с орбитальными конфигурациями планет Солнечной системы, можно отметить прохождение Венеры по диску Солнца. Также обнаружена реакция детектора на ряд звездных объектов.

События, регистрируемые детектором Смирнова, всегда имеют вид четко различимых пиков с амплитудой, в несколько раз превышающей среднюю амплитуду флуктуаций временного ряда. Полученные регистрации относятся к диапазону расстояний от порядка одной а.е. до сотен световых лет. При таком удалении от источника, вызывающего реакцию регистрирующего устройства, трудно предположить, что она может быть обусловлена электромагнитным или гравитационным взаимодействием.

### Заключение

Как следует из приведенного краткого и далеко не полного рассмотрения примеров систем, в которых происходит влияние на кварцевые и рубидиевые генераторы, водородные стандарты частоты, а также на процесс радиоактивного распада, во всех случаях, когда мы можем идентифицировать источник такого влияния, им оказывается некоторый нестационарный процесс или процесс, в котором присутствуют «режимы с ускорением». В случаях, когда система-индуктор выходит на стационарный режим функционирования, такого влияния не происходит. В рассмотренных примерах это набор стартовой мощности при пусках мощных ракет, толчок землетрясения, моменты удара болванки о наковальню, падение фрагментов кометы, выбросы корональных масс, электрические разряды, разгон-торможение механической системы.

Важно отметить, что система, которая находится в нестационарном режиме, становится чувствительной к неустановленному воздействию, которое порождает сторонний нестационарный процесс. Работает принцип взаимности. В качестве такой системы нами был рассмотрен детектор Смирнова. Также, как следует из списка регистраций этого детектора, генераторами неустановленного воздействия являются определенные моменты в динамике небесных тел. Как правило, это моменты, когда можно выделить некоторый экстремум в пространственно-временной динамике нескольких тел. Наиболее яркий пример здесь – солнечные затмения. Существует большая литература с примерами неожиданных реакций различных тест-систем, в том числе и радиоактивного распада, стандартов времени и частоты, наблюдаемых в моменты максимума затмения, когда реализуется такого рода экстремум.

Вышесказанное дает основание предположить, что в случаях, когда источник воздействия не идентифицирован, им также является некоторый нестационарный процесс.

### Литература

1. Авраменко А. Е. Пульсар: Природный эталон времени-пространства. М.: ЛЕНАНД, 2015. 200 с.
2. Шаповалов С. Н., Горшков Э. С., Борисова В. В., Соколовский В. В., Трошичев О. А. Случайные флуктуации в показаниях измерительных приборов: эффекты космофизического влияния? // Биофизика. 2001. Т. 46, вып. 5. С. 819–822.

3. Ключек Н. В., Паламарчук Л. Э., Плюснина Л. А., Никонова М. В. К вопросу о космическом воздействии неизвестной природы // *Биофизика*. 1992. Т. 37, вып. 4. С. 656–660.
4. Ключек Н. В., Паламарчук Л. Э., Никонова М. В. Предварительные результаты исследований воздействия космофизического излучения неэлектромагнитной природы на физические и биологические системы // *Биофизика*. 1995. Т. 40, вып. 4. С. 889–896.
5. Долгих Г.И., Коввиллем У. Х., Хаврошкин О. Б., Цыплаков В. В. Об одном физическом механизме возмущения атомных стандартов частоты. М., 1979. Деп. в ВИНТИ, № 3070-79. 37 с.
6. Гориков Э. С., Шаповалов С. Н., Соколовский В. В., Трошичев О. А. О детектировании импульсного космофизического излучения // *Биофизика*. 2000. Т. 45, № 5. С. 947–949.
7. Ключек Н. В., Никонова М. В. Исследования по геомагнетизму, аэронамии и физике Солнца. М.: Наука, 1988. С. 79–84.
8. Владимирский Б. М. Солнечная активность и проблемы точных измерений // *Биофизика*. 1992. Т. 37, № 3. С. 653–655.
9. Qian-Shen Wang, Xin-she Yang, Chuan-zhen Wu, Hong-gang Guo, Hong-chen Liu, Chang-chai Hua Precise measurement of gravity variations during a total solar eclipse // *Phys. Rev D*. 2000. Vol. 62: 041101.
10. Zhou S. W., Huang B. J. Abnormalities of the Time Comparisons of Atomic Clocks during the Solar Eclipses // *Il Nuovo Cimento*. 1992. 15C, no. 2. P. 133.
11. Казачок В. С., Хаврошкин О. Б., Цыплаков В. В. Поведение атомного и механического осцилляторов во время солнечного затмения. Всесоюзный научно-исследовательский институт метрологической службы, 1976.
12. Хаврошкин О. Б. Цыплаков В.В. Водородный мазер: солнечные периодичности // *Инженерная физика*. 2014. № 3. С. 25–30.
13. Панчелюга В. А., Панчелюга М. С. Фрактальная размерность и гистограммный метод: методика и некоторые предварительные результаты анализа шумоподобных временных рядов // *Биофизика*. 2013. Т. 58, вып. 2. С. 377–384.
14. Панчелюга В. А., Панчелюга М. С. Локальный фрактальный анализ шумоподобных временных рядов методом всех сочетаний в диапазоне периодов 1–115 мин // *Биофизика*. 2015. Т. 60, вып. 2. С. 395–410.
15. Панчелюга В. А., Панчелюга М. С. Локальный фрактальный анализ шумоподобных временных рядов методом всех сочетаний // *Гиперкомплексные числа в геометрии и физике*. 2014. Т. 11, вып. 1, № 21. С. 107–133.
16. Панчелюга В. А., Панчелюга М. С. Некоторые предварительные результаты локального фрактального анализа шумоподобных временных рядов методом всех сочетаний // *Гиперкомплексные числа в геометрии и физике*. 2014. Т. 11, вып. 1, № 21. С. 134–156.
17. Савостьянов В. Подумать о секундах свысока. Энергия ракетного двигателя деформирует время // *Военно-промышленный курьер*. 24 августа 2016 г. Вып. № 32 (647).
18. Поисковые экспериментальные исследования в области спин-торсионных взаимодействий / под ред. В. И. Лунева. Томск: СибНИЦАЯ, 1995. 146 с.
19. Dubovikov M. M., Starchenko N. V., Dubovikov M. S. Dimension of minimal cover and fractal analysis of time series // *Physica A*. 2004. 339. P. 591–608.
20. Диатроптов М. Е., Панчелюга В. А., Панчелюга М. С. Динамика температуры тела у мелких млекопитающих и птиц в 10–120-минутном диапазоне периодов // *Бюллетень экспериментальной биологии и медицины*. 2020. Т. 169, № 6. С. 706–711.
21. Диатроптов М. Е., Панчелюга В. А., Панчелюга М. С., Суров А. В. Околочасовые ритмы температуры тела у млекопитающих и птиц с разным уровнем обмена веществ // *Доклады российской академии наук. Науки о жизни*. 2020. Т. 494, № 1. С. 472–476.
22. Panchelyuga V. A., Tiras Kh. P., Novikov K. N., Panchelyuga M. S., Nefedova S. E., Seraya O. Yu. On universal nature of periods spectrum in time series of planariachemiluminescence // *CEUR Workshop Proceedings*. 2020. Vol. 2763. P. 61–63.

23. *Панчелюга В. А., Панчелюга М. С.* О возможной внешней обусловленности спектра околочасовых периодов // Актуальные вопросы биологической физики и химии. 2021. Т. 6, № 3. С. 393–399.
24. *Ultradian rhythms in life processes / ed. by D. Lloyd, E. L. Rossi.* Springer-Verlag, 1992. 419 p.
25. *Ultradian rhythms from molecules to mind / ed. by D. Lloyd, E. L. Rossi.* Springer. 2008. 450 p.
26. *Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю.* Синхронизация. М.: Техносфера, 2003. 508 с.
27. Сейсмогравитационные колебания Земли. URL: [http://geo.phys.spbu.ru/Home\\_pages/Petrova Site/](http://geo.phys.spbu.ru/Home_pages/Petrova Site/)
28. *Siparov S., Samodurov V., Laptev G.* Origin of observed periodic components in astrophysical maser's spectra // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2017. Vol. 467. P. 2813–2819.
29. *Панчелюга В. А., Панчелюга М. С.* Универсальный спектр периодов в параметрах некоторых астрофизических систем // Метафизика. 2022. № 2 (44). С. 72–82.
30. *Панчелюга В. А., Лесных В. Н., Коломбет В. А.* О совпадении вращательных периодов астероидов с периодами в флуктуациях процессов различной природы // Известия института инженерной физики. 2022. № 3 (65). С. 4–8.
31. *Панчелюга В. А., Панчелюга М. С., Лесных В. Н.* О совпадении вращательных периодов двойных звездных систем с периодами в флуктуациях процессов различной природы // Известия института инженерной физики. 2021. № 4. С. 2–5.
32. *Павлов Д. Г., Кокарев С. С., Панчелюга М. С., Панчелюга В. А.* Поисквые исследования пространственно-временных эффектов так называемого гиперболического, или Н-поля // Пространство и время. 2012. № 10, вып. 4. С. 50–66.
33. *Павлов Д. Г., Панчелюга М. С., Чалкин С. Ф., Панчелюга В. А.* Поисквые исследования пространственно-временных эффектов гиперболического поля: изменение частоты ультрастабильного кварцевого генератора в окрестности мощного электрического разряда // Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. 2014. Т. 11, вып. 1, № 21. С. 96–106.
34. *Лаврентьев М. М., Еганова И. А., Луцет М. К., Фоминых С. Ф.* О дистанционном воздействии звезд на резистор // ДАН СССР. 1990. Т. 314, № 2. С. 352–355.
35. *Лаврентьев М. М., Гусев В. А., Еганова И. А., Луцет М. К., Фоминых С. Ф.* О регистрации истинного положения Солнца // ДАН СССР. 1990. Т. 315, № 2. С. 368–370.
36. *Лаврентьев М. М., Еганова И. А., Луцет М. К., Фоминых С. Ф.* О регистрации реакции вещества на внешний необратимый процесс // ДАН СССР. 1991. Т. 317, № 3. С. 635–639.
37. *Лаврентьев М. М., Еганова И. А., Медведев В. Г., Олейник В. К., Фоминых С. Ф.* О сканировании звездного неба датчиком Козырева // Доклады Академии наук. 1992. Т. 323, № 4. С. 649–652.
38. *Еганова И. А., Каллис В., Ссамойлов В. Н., Струминский В. И.* Геофизический мониторинг Дубна-Научный-Новосибирск: фазовые траектории массы. Новосибирск: Гео, 2012. 187 с.
39. *Лаврентьев М. М., Еганова И. А., Гусев В. А.* Мир событий: теория для XXI века // Наука в Сибири, 1994. № 24.
40. *Лаврентьев М. М., Еганова И. А., Гусев В. А.* Мир событий. Часть II. От Времени к Пространству // Наука в Сибири. 1994. № 25.
41. *Лаврентьев М. М., Еганова И. А., Гусев В. А.* Postfactum: Уроки катастрофы на Юпитере // ЖФНН. 2016. № 11 (4). С. 99–101.
42. *Лаврентьев М. М.* Об аномалиях в динамике состояния наземного вещества при импактах фрагментов кометы Шумейкер–Леви 9 // ЖФНН. 2016. № 11 (4). С. 102–104.

43. *Личак М. М.* Про вплив сонячної активності, що супроводжується викидами корональних мас, на стан здоров'я населення // *Космос и биосфера: тезисы докладов VI Международной крымской конференции.* Партеит, Крым, Украина, 26 сентября – 1 октября, 2005 г. С. 7–8.
44. *Пархомов А. Г., Макляев Е. Ф.* Исследование ритмов и флуктуаций при длительных измерениях радиоактивности, частоты кварцевых генераторов, шума полупроводников, температуры и атмосферного давления // *Физическая мысль России.* 2005. № 1.
45. *Пархомов А. Г.* Космос. Земля. Человек. Новые грани науки. М.: Наука, 2009. 272 с.
46. *Панчелюга В. А.* О внешних воздействиях на скорость радиоактивного распада // *Метафизика.* 2020. № 4. С. 10–34.
47. *Панчелюга В. А., Шноль С. Э.* Экспериментальное исследование влияния быстро вращающегося массивного тела на форму функций распределения амплитуд флуктуаций скорости  $\alpha$ -распада // *Гиперкомплексные числа в геометрии и физике.* 2006. Т. 3, № 1 (5). С. 102–115.
48. *Панчелюга В. А.* Детектор Смирнова: регистрация воздействий от удаленных астрофизических объектов // *Метафизика.* 2012. № 2 (4). С. 67–80.

## **INFLUENCE OF POWERFUL NONSTATIONARY PROCESSES ON TIME AND FREQUENCY STANDARDS PARAMETERS**

**Victor A. Panchelyuga<sup>\*</sup>, Maria S. Panchelyuga**

*Institute of Theoretical and Experimental Biophysics of RAS  
3 Institut'skaya St, Pushchino, Moscow Region, 142290, Russian Federation*

**Abstract.** In this work, an attempt is made to consider from an unified perspective a range of experimental phenomena associated with some unidentified external influence on time and frequency standards. To the latter, in addition to traditional quartz and rubidium generators, hydrogen frequency standards, we also include the process of radioactive decay, which traditionally plays the role of an ultrastable clock in various methods of radioisotope dating. Moreover, the “ultrastability” of such watches is usually assumed for “ultralong” periods of time. Some features of the hypothetical external influence are considered, as well as the characteristic periods observed in this case. Also briefly reviewed are studies in which attempts were made to recreate the process of influencing quartz and radioisotope standards in laboratory experiments.

**Keywords:** quartz oscillator, rubidium oscillator, hydrogen time and frequency standards, pulsars, radioactive decay, radioisotope dating, the law of radioactive decay, fluctuations in the rate of radioactive decay, natural oscillations of the Earth, universal spectrum of periods

---

\* E-mail: VictorPanchelyuga@gmail.com

DOI: 10.22363/2224-7580-2024-2-116-120

EDN: XZYXEE

## ОБРАЗОВАНИЕ МАССИВНЫХ ЧАСТИЦ СФЕРИЧЕСКИМИ БЕЗМАССОВЫМИ ВОЛНАМИ В ШАРОВОМ РЕЗОНАТОРЕ

Н.В. Самсоненко\*, М.В. Сёмин\*\*, Раиф Хайдар\*\*\*, М.А. Алибин\*\*\*\*

*Института физических исследований и технологий  
Российского университета дружбы народов  
Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6*

**Аннотация.** Рассматривая частицу как сферический резонатор «электромагнитных» волн де Бройля, показано, что распространение сферических волн де Бройля по взаимно противоположным радиусам приводит к возникновению стоячих сферических волн, узлы и пучности которых можно ассоциировать с пространственным распределением характеристик частицы. Выбрав подходящую разность фаз сходящейся и расходящейся сферических волн, можно получить пространственные распределения без сингулярности в центре резонатора ( $r = 0$ ).

**Ключевые слова:** волновое уравнение, волна де Бройля, структура элементарных частиц

Волной де Бройля в квантовом мире обладают все элементарные частицы. Это является главным достижением квантовой механики. Гипотезу де Бройля принимают как постулат, который подтверждают десятки экспериментов, поставленных научными группами по всему миру. Однако волной де Бройля обладают не только микрообъекты, но и макрообъекты [2]. Поэтому данный постулат не только прерогатива квантового мира, а Всеобъемлющее свойство всех объектов нашей Вселенной. Существует несколько точек зрения на природу волны де Бройля [2], но главным результатом является тот факт, что волна де Бройля **появляется** вследствие движения объектов. Нет движения – нет и волн де Бройля.

Де Бройль сопоставлял частицам стоячие волны. Именно поэтому он для описания частицы рассматривает **суперпозицию двух волн**, которые при сложении дают устойчивое образование – стоячую волну – частицу [1].

Данная суперпозиция является общим решением волнового уравнения. В **ортодоксальной** квантовой механике суперпозиции волн де Бройля для одной частицы быть не может, поскольку **одной частице** сопоставляется только

---

\* E-mail: nsamson@bk.ru

\*\* E-mail: mvsemin@yandex.ru

\*\*\* E-mail: raief.haidar@gmail.com

\*\*\*\* E-mail: maalibin2017@mail.ru

одна волна, являющаяся одним из решений волнового уравнения. Для суперпозиции требуется взаимодействие как минимум двух волн. При переходе в движущуюся систему отсчета частоты этих волн преобразуются. В результате для движущейся частицы получаем две волны с разными частотами. Одну из них можно назвать энергетической. Она движется медленнее скорости света. Другая волна является волной де Бройля. Это волна тахионного типа, и она движется со скоростью быстрее скорости света, распространяя информацию о частице практически мгновенно во всей Вселенной.

Интуитивно мы понимаем, что частица, как материальный объект, должна обладать пространственной протяженностью, поскольку все объекты материального мира имеют размер. Но сложно говорить о данном понятии в применении к бесструктурным элементам нашего мира – элементарным частицам, хотя в современной физике некоторые частицы рассматриваются как составные, состоящие из кварков. Однако на эксперименте кварки в свободном состоянии не наблюдаются. В стандартной модели это объясняется конфайнментом кварков, что не является плюсом данной теории. На эксперименте в конечном итоге мы наблюдаем набор одних и тех же истинно стабильных частиц: электронов, протонов, нейтрино и фотонов, на которые в конце концов распадаются все элементарные частицы. Возникает гипотеза, что все элементарные частицы являются возбужденными состояниями связанных стабильных частиц –  $e, p, \nu, \gamma$  (модель Барута).

Следуя де Бройлю, будем считать, что наш мир построен из волн – колебаний, распространяющихся в пространстве и времени. Симметрию задачи будем выбирать наиболее естественную для частицы – сферическую.

Согласно постулату де Бройля, внутри каждой частицы локализован колебательный процесс, мгновенно распространяющийся во всем пространстве. Частота данного процесса зависит от массы покоя частицы:

$$\omega_0 = \frac{m_0 c^2}{\hbar}. \quad (1)$$

Цель работы показать, что с помощью модели стоячих волн, сопоставляемых частицам, можно получить пространственное распределение их характеристик внутри протяженной элементарной частицы.

Подобная задача ставилась Р. Фейнманом [3], где было рассмотрено движение произвольной волны внутри ограниченного пространства набором собственных частот.

Фейнман рассмотрел простейший пример волны в ограниченном пространстве [2], а именно перемещение горба на струне между двумя жестко закрепленными концами. Решение можно получить в виде синуса. Для этого необходимо взять волну, которая в точности укладывается на длине струны  $L$ . В противном случае мы не получим собственной частоты, с которой струна могла бы продолжать свои колебания. То есть если по струне пустить синусоидальную волну, которая кратно укладывается на ее длине, то она сохраняет свою идеальную синусообразную форму и будет гармонически колебаться с некоторой частотой. Здесь мы заменяем волну – синус, бесконечную в пространстве, на её часть, которая отражается от границ. Рассматривая

форму волны в виде  $\sin kx$ , где  $k = \frac{\omega}{c}$ , учитывая равенство нулю синуса на границах, имеем

$$\sin kL = 0. \tag{2}$$

Отсюда получим

$$kL = n\pi. \tag{3}$$

Следовательно,

$$\omega_n = \frac{n\pi c}{L}. \tag{4}$$

То есть синусоидальные колебания происходят только с некоторыми определенными частотами, что является самой важной характеристикой волн, распространяющихся в ограниченных областях. В простейшем одномерном случае может возникать множество частот, каждой из которых будет соответствовать собственное колебание – синусоидальная волна. В одном резонаторе может возбуждаться бесконечное множество собственных колебаний. При сложении данных колебаний – синусоидальных волн, движущихся навстречу друг другу внутри резонатора, при их одновременном действии, можем получить любое движение гребня внутри ограниченной области. На рис. 1 показан пример сложения двух синусоидальных одномерных волн, движущихся навстречу друг другу (левая часть рисунка). При сложении возникает сложное движение горба, который отражается от границ струны (правая часть рисунка).

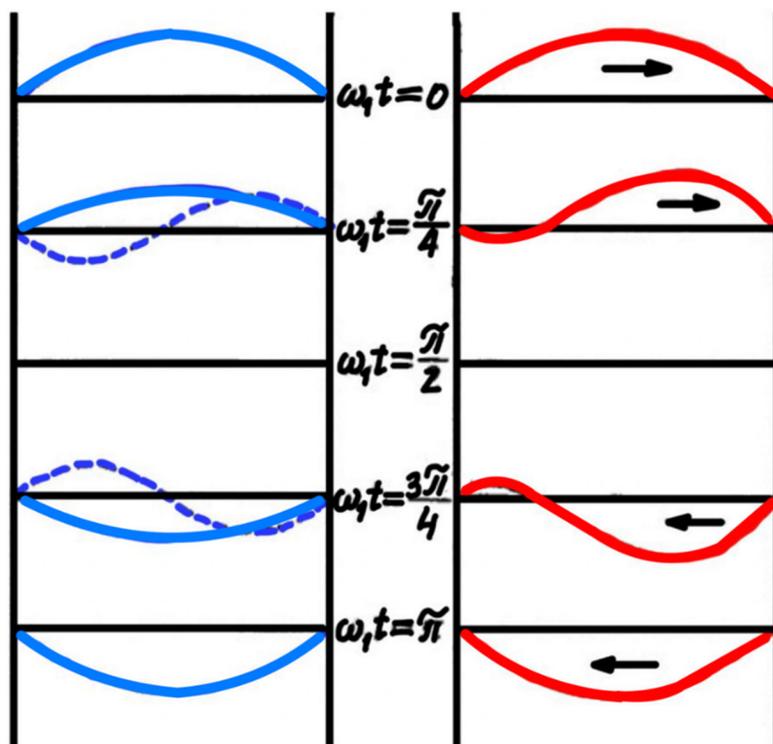


Рис. 1

Рассмотрим распространение волн внутри сферического резонатора. Будем считать, что процесс распространяется по радиусам от периферии к центру, проходит через этот центр и далее по противоположным радиусам продолжает распространяться от центра к периферии. Один и тот же непрерывный вдоль диаметра процесс выступает сначала в роли сходящейся волны, а потом, после прохождения центра, в роли расходящейся волны. Таким образом, по каждому диаметру идут одновременно два встречных процесса, тем самым формируя трехмерную стоячую сферическую волну [4].

Стоячая сферическая волна имеет особую точку – центр сферы ( $R = 0$ ), которую будем сопоставлять с началом системы отсчета, а также с центром частицы. Центральные симметричные модели имеют большой недостаток. Как правило, при  $R$ , стремящемся к нулю, амплитуда сферической волны стремится к бесконечности. Данный недостаток можно устранить путем подбора фаз сходящейся и расходящейся волны, так чтобы в центре частицы ( $R = 0$ ) получался максимум амплитуды колебаний стоячей волны. Обозначим  $f_1$  – сходящуюся **безмассовую** волну,  $f_2$  – расходящуюся **безмассовую** волну. Тогда [4]

$$f_1 = \frac{a}{R} \cos(\omega_0 t - k_0 R), \quad (5)$$

$$f_2 = \frac{a}{R} \cos(\omega_0 t + k_0 R \pm \pi) = -\cos(\omega_0 t + k_0 R), \quad (6)$$

$$f_1 + f_2 = \frac{2a}{R} \sin(k_0 R) \sin(\omega_0 t) = 2ak_0 \frac{\sin(k_0 R)}{k_0 R} \sin(\omega_0 t). \quad (7)$$

При  $R = 0$  дробь в правой части (7) равна 1, амплитуда не бесконечна и принимает значение  $2ak_0$ . При всех остальных значениях  $R$  амплитуда меньше единицы и с ростом  $R$  стремится к нулю. Амплитуда сферической стоячей волны будет иметь величину

$$A = 2ak_0 \left| \frac{\sin(k_0 R)}{k_0 R} \right|. \quad (8)$$

Полагая для диаметра образовавшейся массивной частицы в формуле (4)  $D = L = \frac{\lambda}{2}$ , при  $n = 1$ , характерный радиус частицы  $R_0$  составит

$$R_0 = \frac{L}{2} = \frac{1}{4} \lambda_c, \quad (9)$$

где Комптоновская длина волны  $\lambda_c = \frac{h}{m_0 c}$ ,  $m_0$  – масса покоя образовавшейся частицы.

Характерный размер пространственной локализации частицы (размер частицы) связан с комптоновской длиной волны. Таким образом, в квантовой теории частицу с размерами комптоновской длины волны нельзя считать точечным объектом.

Энергия волны будет зависеть от амплитуды, однако амплитуда связана с частотой через соотношение  $\omega_0 = ck_0$ . Такое удачное соотношение между

амплитудой волны и частотой показывает глубокую связь между корпускулярно-волновыми характеристиками частицы, указывая на их единое происхождение.

### Литература

1. *Broglie Louis de*. Sur la frequence propre de l'electron // *Compt. Rend.* 1925. Vol. 180. P. 498.
2. *Самсоненко Н. В., Семин М. В.* Волна де Бройля как амплитудно-модулированный сигнал. Основания фундаментальной физики и математики: материалы IV Российской конференции (ОФФМ-2020) / под ред. Ю.С. Владимирова, В.А. Панчелюги. М.: РУДН, 2020. С. 143–147.
3. *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Фейнмановские лекции по физике: Кинетика. Теплота. Звук. М.: Мир, 1965.
4. *Goryunov A. V.* Walking Wave as a Model of Particle. 2010. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1006.0016>

## FORMATION OF MASSIVE PARTICLES BY SPHERICAL MASSLESS WAVES IN A SPHERICAL RESONATOR

N.V. Samsonenko\*, M.V. Semin\*\*, Raif Haidar\*\*\*, M.A. Alibin\*\*\*\*

*Institute of Physical Research and Technology,  
RUDN University*

*6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation*

**Abstract.** Considering the particle as a spherical resonator of “electromagnetic” de Broglie waves, it was shown that the propagation of spherical de Broglie waves along mutually opposite radii leads to the emergence of standing spherical waves, the nodes and antinodes of which can be associated with the spatial distribution of the particle’s characteristics. Thus, in the work it is examined a steady-state oscillatory process inside a hollow resonator. Using a suitable phase difference between the converging and diverging spherical waves, it is possible to obtain the spatial distribution of characteristics inside the de Broglie wave resonator particle without a singularity at the center ( $r = 0$ ).

**Keywords:** wave equation, de Broglie wave, structure of elementary particles

---

\* E-mail: nsamson@bk.ru

\*\* E-mail: mvsemin@yandex.ru

\*\*\* E-mail: raief.haidar@gmail.com

\*\*\*\* E-mail: maalibin2017@mail.ru

# ВОСПОМИНАНИЯ ОБ УШЕДШИХ КОЛЛЕГАХ

---

---

DOI: 10.22363/2224-7580-2024-2-121-137

EDN: YBWFFA



Алексей Зиновьевич Петров (1910–1972)

## АЗ: ШТРИХИ К ПОРТРЕТУ

Ю.Г. Игнатьев \*

*Институт физики Казанского федерального университета  
Российская Федерация, 420008, Казань, ул. Кремлевская, д. 16*

**Аннотация.** Личные воспоминания об Алексее Зиновьевиче Петрове, великом казанском геометре и физике-теоретике, ставшего путеводной звездой для автора.

**Ключевые слова:** Алексей Зиновьевич Петров, геометрия, общая теория относительности, Казанский университет, кафедра теории относительности и гравитации

---

\* E-mail: [yurii.ignatev.1947@yandex.ru](mailto:yurii.ignatev.1947@yandex.ru)

## Большое видится на расстоянии

Сердцу физика-теоретика должны быть близки пословицы типа «Большое видится на расстоянии» и «За деревьями не видно леса». Действительно, частицы, находящиеся близко друг от друга, испытывают сильные межчастичные взаимодействия, одеваются в их «шубу», поэтому трудно выделить их собственные характеристики. Чтобы их разглядеть, частицы нужно развести подальше друг от друга, тогда появятся понятия собственной массы, заряда и т.п. Также и находясь внутри Галактики, в поле ее воздействия, трудно понять ее структуру, и, только разглядывая аналогичные, на наш взгляд, удалённые объекты, ядра которых не скрыты от нашего взора пылевыми туманностями, можно составить представление и о нашей Галактике и понять, что серебристо-алмазная полоса, проходящая на южном склоне ночного неба, это и есть центр нашей Галактики.

Вот и вспоминая об Алексее Зиновьевиче Петрове спустя 50 лет после разрыва его мировой линии в этом мире, начинаешь поневоле осознавать всё величие этого человека и понимать, что этот серебристо-алмазный путь на небосклоне нашей научной жизни – это и есть то, что он оставил после себя, – центр нашей Галактики. Лично у меня есть еще одна причина дальновидения – я застал Алексея Зиновьевича в расцвете его славы, сам быв в то время обычным студентом физфака Казанского университета, и в течение семи лет находился в области мощного силового поля его личности. Для меня в те годы было совсем обычным то, что со мной общается, принимает участие в моей судьбе незаурядный человек, ученый мирового класса. Большое видится на расстоянии. Когда оборвалась его мировая линия, мне стало очень одиноко и я стал понимать все величие ушедшего момента, подарившего мне свет яркой звезды.

И теперь я хочу добавить некоторые черты к известному академическому портрету АЗ, дополняя его частицами своего личного опыта, которые, может быть, оживят этот портрет и сделают богаче. Проживая жизнь, постепенно начинаешь постигать, что такие детали как раз и важны для становления личности, а, казалось бы, важные детали ее окружения очень мало влияют на траекторию ее полета. «Главное, не дороги, которые мы выбираем, а то, что внутри нас, заставляет выбирать эти дороги» (О’Генри). Тем не менее я попытаюсь воспроизвести и некоторые колоритные детали среды того времени, тем более что эти детали помогают воссоздать сцену, на которой выступал А.З. Петров.

### 1. Первое знакомство с Петровым и выбор физфака: 1963–1965

С Алексеем Зиновьевичем Петровым я заочно познакомился осенью 1963 г., когда учился в 10-м классе одиннадцатилетней школы и посещал библиотеку на улице Ленина в Казани («Аквариум»), где читал научно-популярную литературу по астрономии и физике. Там мне и попалась брошюра

А.З. Петрова «Пространство-время и материя: элементарный очерк современной теории относительности» [1]. В брошюре предельно ясно и кратко излагались основные понятия теории относительности. С удивлением я узнал, что автор этой брошюры работает в Казанском университете. Брошюра произвела на меня сильное впечатление, в результате я зашел в вестибюль главного здания Казанского университета, где в книжном киоске приобрел эту книгу. Здесь я узнал, что на физфаке КГУ есть единственная в СССР кафедра теории относительности и гравитации, которой и руководит А.З. Петров. С тех пор все мои помыслы обратились к физфаку Казанского университета. Летом 1965 г., когда я готовился к вступительным экзаменам на физфак КГУ, в газете «Советская Татария» была опубликована заметка примерно с таким названием: «Ученые Казанского университета обнаружили гравитационные волны». В этой заметке сообщалось, что группа ученых кафедры теории относительности и гравитации под руководством профессора А.З. Петрова на гравитационном детекторе обнаружили гравитационные волны. Эта заметка сразу заставила меня, отбросив всякие колебания, поступать именно на физфак, а потом – на кафедру теории относительности и гравитации. Помню, как сердце моё билось от радостного волнения – ведь я находился рядом, совсем рядом с людьми, делающими настоящую науку! Как потом выяснилось, это была ошибочная и очень-очень преждевременная публикация, но дело было сделано, и это было хорошее дело, определившее мою дальнейшую судьбу.

В августе 1965 г. я сдал вступительные экзамены на физфак (24,5 балла из 25 возможных) и был зачислен на 1-й курс физфака. Конкурс в тот год на физфак был очень большой в связи также и тем, что средние школы одновременно выпускали два выпуска – с десятилетним и одиннадцатилетним образованием. Кроме того, абитуриенты в 1960-х гг. были очень мотивированы на учёбу и были сильными. Полупроходной бал на физфаке был 23,5, то есть нужно было получить по крайней мере 3 пятерки, одну 4,5 и одну четверку. Надо заметить, что в те годы на вступительных экзаменах на физфаке ставились оценки с точностью до 0,5 балла. Я как раз и получил 4,5 на письменном экзамене по математике, исправив положение на устном, когда, выслушав мой ответ, экзаменатор добавил 0,5 балла в мою письменную работу. С радостным волнением я ждал начала занятий. Но на первой же лекции к нам вошёл серьёзный преподаватель и объявил, что все мы едем на месяц «на картошку» и объяснил нам порядок подготовки к поездке.

## **2. Лекции Петрова (1966–1967)**

После месяца сбора свеклы под почти непрерывным дождем в Салмановском районе Татарии и процесса «группового слаживания» среди расплзающейся под ногами глины и ночёвками в избах на полу гуртом по 8 человек мы из неопытных юнцов, не знавших вкуса вина, превратились в заматерелых, как нам тогда казалось, студентов. В университет мы вернулись сплочённой

653-й «бронетанковой» группой (такое название группа приобрела в студенческой среде за ее сплочённость и высокую активность, в частности, противодействие функционерам комитета комсомола университета). Кроме лекций стандартных курсов у нас еще были обзорные лекции, которые читали ведущие специалисты физфака, рассказывая о руководимых ими научных направлениях. Алексей Зиновьевич неоднократно читал такие лекции, причём читал их с явным удовольствием. На его лекции 1-я физическая аудитория (самая большая из лекционных аудиторий) набивалась до отказа.

«АЗ», как его уважительно называли и студенты, и преподаватели, был блестящим лектором – он читал лекции неторопливо, чётко, с артикуляцией и своим неизменным «п`этому». Во время лекции он степенно ходил вдоль огромной доски, иногда записывая на ней самое важное, посасывая папироску, и затем, сложив ее на полочку для мела, закуривал следующую. Лекции были очень интересными, часто АЗ рассказывал о своих встречах со знаменитыми учеными, в том числе рассказывал и анекдотические случаи, причём держался он всегда степенно, с достоинством. Расскажу один такой случай.

### *2.1. What is the time?*

В перерыве между заседаниями IV гравитационной конференции в Лондоне в 1965 г. АЗ прогуливался вместе с В.А. Фоком по набережной Темзы. Опасаясь опоздать на заседание конференции и не имея при себе часов Фок спросил у случайного прохожего – «What is the time?» («Что есть время?») вместо «What time is it» – Фок не очень хорошо владел английским). В ответ прохожий, задумавшись, ответил – «You know, I think about it all the time too» («Вы знаете, я тоже постоянно размышляю об этом»). Оказалось, это был участник той же гравитационной конференции, известный физик-теоретик.

### *2.2. Девушки и танцы*

АЗ всегда был аккуратен, элегантен и даже импозантен, студентки смотрели на него влюбленными глазами. Сам АЗ тоже не обходил красивых девушек вниманием. Как отмечает профессор Ю.С. Владимиров, работавший секретарем Петрова в Советской гравитационной комиссии, «Ничто человеческое ему было не чуждо» [2; 3]. АЗ, с одной стороны, был демократичен и доступен, с другой – всегда сохранял дистанцию с помощью некоего сияющего ореола небожителя, явно видимого другим. Студенты его тоже очень уважали, им импонировали эти качества Петрова. Не раз я замечал его на студенческих балах физфака, которые устраивались в спортзале на втором этаже главного здания университета, где сейчас располагаются административные покои. Я, как и многие неоперившиеся студенты, танцевать тогда не умел, поэтому мы стояли гурьбой у стенки, разглядывая танцующие пары, ну прямо, как в песне «Стоят девчонки, стоят в сторонке, платочки руках теребят» (только, наоборот). Алексей Зиновьевич, выбрав себе достойную

партнершу весьма галантно приглашал ее на вальс и очень изящно вальсировал на зависть подружкам. Ну, а мы с ребятами восхищено смотрели на это зрелище. Я тогда и подумать не мог, что прежде это был деревенский мальчик с очень трудной судьбой. Из воспоминаний однокурсника А.З. Петрова, казанского геометра доцента В.Г., – «Как-то, на вечере, увидев, что я не танцую, а робко жмусь к стене, он сказал: „Надо танцевать. Иногда это важнее математики“» [4; 5].

### 3. При кафедре теории относительности и гравитации: 1967–1970 гг.

#### 3.1. Распределение

В конце 2-го курса на физфаке проходило распределение по кафедрам и соответствующим специализациям. На кафедрах существовали системы обязательных спецкурсов, которые и обеспечивали специализации. По кафедре теории относительности и гравитации программа спецкурсов была составлена самим Алексеем Зиновьевичем в связи с образованием новой кафедры<sup>1</sup>. Это была очень серьёзная программа, объединяющая в единое целое геометрические и физические курсы, которая включала:

1. Риманова геометрия – два семестра (1 раз в неделю, экзамен) – А.М. Анчиков;
2. Специальная теория относительности – один семестр (1 раз в неделю, зачет) – В.И. Голиков;
3. Классическая теория гравитации – один семестр (1 раз в неделю, экзамен) – К.А. Пирагас;
4. Теория групп Ли – один семестр (2 раза в неделю, экзамен) – Р.Ф. Билялов;
5. Общая теория относительности – два семестра (2 раза в неделю, экзамен) – В.Р. Кайгородов;
6. Космология – один семестр (1 раз в неделю, экзамен) – Г. Денисенко;
7. Экспериментальное обоснование общей теории относительности – один семестр (1 раз в неделю, зачет) – К.А. Пирагас;
8. Спецсеминар III–V курсы, еженедельно – А.З. Петров;
9. Курсовая работа, IV курс;
10. Производственная практика (дифференцированная оценка);
11. Дипломная работа.

Кафедра Петрова в смысле учебы была очень сложной, как и смежная с ней кафедра теоретической физики. Поэтому АЗ сам отбирал студентов на свою кафедру из очень большого числа претендентов, устраивая им на собеседовании фактически тестирование. Если студент не подходил по каким-то параметрам, АЗ мягко, но настойчиво отговаривал его от этого выбора. Поэтому масса мечтательных девушек, несмотря на их внешние данные,

<sup>1</sup> Вторую редакцию Программы спецкурсов подготовили и опубликовали в 1983 г. Ю.Г. Игнатьев и С.П. Гаврилов.

отсеялась. В результате специализированная группа была сформирована из 15 студентов, лишь 3 из которых были женского пола, но **только одна – симпатичной блондинкой.**

### *3.2. Методы матфизики и теория групп Ли*

Расскажу одну собственную историю, поскольку она выявляет некоторые оттенки личности Петрова. Эта история тянулась на протяжении IV и V семестров и связана с одним и тем же преподавателем кафедры теории относительности и гравитации (назовём его N), но с разными предметами, которые он вёл. N был одним из учеников АЗ и хорошим математиком, но при этом ему была свойственна некоторая «упёртость» и грубая прямолинейность, благодаря которым он отнюдь не являлся фаворитом у студентов.

Конфликт с N у меня начался на летней сессии IV семестра, когда я сдавал ему экзамен по предмету «Методы математической физики». N запускал сразу всю группу на экзамен, в результате чего в небольшой аудитории со столами в два ряда набивалось, как селёдка в бочку, 25–30 человек. Мы сидели рядком по два человека за столом с общей нижней полкой. Матфизика я знал хорошо, поэтому нисколько не волновался, спокойно записывая ответы на вопросы билета. Рядом со мной слева сидела девушка P из нашей группы, которая изрядно нервничала и поэтому держала общую тетрадку с лекциями по матфизике на этой самой полке, периодически скромно пуская глаза и пополняя свой ответ новыми подробностями. Вдруг N неожиданно начал обход класса, заглядывая в нижние полки столов и даже шаря по ним руками. P перепугалась и изящным движением руки перепаснула на полке тетрадь ко мне. В это время как раз и подошёл N и, зловеще спросив: «А что тут у вас такое?», вытащил конспекты лекций из-под стола. Быстро пролистав тетрадку и убедившись, что это конспекты его лекций, он спросил: «Это Ваша тетрадь?». – «Нет» – сказал я. «Тогда чья же?» – свирепо спросил N. «Я не знаю». – «Тогда вон с моего экзамена!» прокричал он. Надо сказать, что я никогда не пользовался шпаргалками, твёрдо воспитанный дедом, что шпаргалка – это воровство, а за воровство кое-где отрубают руку. Признаться, было обидно. Мне пришлось пересдавать экзамен с пристрастием, но больше четвёрки N уже поставить мне не мог, на всю жизнь заклеив меня эпитетом «жулик».

Потом начался V семестр и уже спецкурс «Теория групп Ли», который, к моему «счастью», читал всё тот же N. Курс был очень сложным, а задачи по нему мы решали по книге Н.Г. Чеботарёва «Теория групп Ли». Задачи эти были оригинальные и учебник был даже, скорее всего, монографией, излагающей собственные исследования выдающегося математика Казанского университета. Надо сказать, что N профессионально знал предмет, но решение задач он не объяснял, приговаривая «Пока не научитесь решать все задачи из этой книги, не сдадите мне экзамен». Эти задачи никто не решал из нашей группы, кроме меня. Я же поступал так: аккуратно переписывал дома все лекции N в особые тетрадки, на полях ставил заметки в тех местах, где было

непонятно, потом рылся в книгах и постепенно прояснял эти вопросы, записывая правильные ответы на полях. В конце концов я начинал полностью понимать вопрос и решал соответствующую задачу. Этот способ вести конспекты лекций я распространил и на другие предметы, что мне очень помогало и дальше. Когда я приходил в университет, мои одногруппники переписывали мои решения в свои тетрадки. В январе 1968-го мы сдавали N теорию групп Ли, и все одногруппники полагали, что только я один и получу «отлично». Но вышло совсем наоборот. При моём ответе N стал утверждать, что я всё списал. Я просил его опросить меня, дать задачу, чтобы решить её на его глазах. Но N был непреклонен, не стал задавать вопросов и в результате поставил мне «удовл», сопровождая это словами – «Ну, так и быть, троячок я вам поставлю». Я был совершенно потрясён. Этот экзамен был последним в зимней сессии. Вспылив, я ушёл, когда узнал, что все студенты получили пятёрки.

После сессии я подошёл к N и попросил пересдать экзамен, но он отказал мне в резкой форме. Я был в шоке от чудовищной несправедливости и как к последней надежде пошёл к Петрову. АЗ сидел на кафедре один за столом, курил и что-то писал. Я объяснил ему ситуацию, что твёрдо знаю предмет «на отлично» и считаю несправедливой оценку, поставленную N. АЗ внимательно посмотрел на меня своим глубоким тёмным взглядом и спросил, действительно ли я уверен, что знаю предмет на отлично. После моего утвердительного ответа он сказал: «Ну, садитесь, послушаю вас». Он дал мне листок бумаги и стал бегло задавать вопросы, сначала лёгкие, а потом – более каверзные. «Ну что ж, вы подтвердили свои знания, давайте зачётку». В зачётке он размашисто перечеркнул результаты экзамена у N и в новой строке поставил «отл» и свою знаменитую подпись. Ещё раз, уже по-доброму, посмотрев на меня, он сказал: «Поздравляю. Старайтесь вот также всегда отстаивать правоту своих убеждений. Это необходимое качество учёного». Сердце моё трепетало от радости торжества справедливости и было исполнено каких-то теплых сыновних чувств к Алексею Зиновьевичу.

### ***3.3. Курсовые и студенческие научные семинары***

Важной составляющей специализации по кафедре теории относительности и гравитации были курсовые работы и студенческий научный семинар. Курсовых работ было две – одна на третьем курсе и одна на четвертом. Все студенты, специализирующиеся по кафедре, обязаны были посещать еженедельный научный студенческий семинар, который вел сам Алексей Зиновьевич. Все преподаватели кафедры также должны были посещать этот семинар, который был весьма внушительным как по численности (более 50 человек), так и по уровню. Таким образом, АЗ создавал сплоченный учебно-научный коллектив кафедры и студентов, этому его таланту стоит поучиться. Этот семинар АЗ не следует путать с научным семинаром кафедры, который проводился по пятницам и поэтому именовался «ЧП» – черной пятницей, первая

половина названия была вызвана очень тяжелой ситуацией для докладчика, доклад которого подвергался тщательному и нелицеприятному разбору.

Надо сказать, что, по-видимому, курсовая работа на третьем курсе была «пристрелочной» и выполнялась вне программы. Все курсовые и дипломные работы докладывались на студенческом научном семинаре, также на фазе подготовки дипломных работ АЗ поручал студентам обзорные доклады по теме исследования. К этому поручению приходилось относиться весьма ответственно, поднимая значительное число иностранных публикаций. К примеру, при выполнении своей дипломной работы мне пришлось перевести с английского порядка 20 статей из Phys.Rev., Nature и других изданий. Переводы я аккуратно переписывал в тетрадки и подшивал их в общую папку. Замечу, что все основные международные научные журналы, переизданные в СССР, взаимно не признававшим до 1975 г. авторские права<sup>2</sup>, находились прямо в читальном зале на втором этаже главного здания университета. Если издания были недоступны, мы заказывали их копии по МБА (межбиблиотечному абонементу). Таким образом, нас учили серьезно работать с научной литературой. Кроме того, у АЗ на кафедре была обширная личная научная библиотека<sup>3</sup>, состоящая в основном из оттисков статей, препринтов и диссертаций, которые ему присылали со всего света авторы, сопровождающие их дарственными надписями. Этой литературой мы также часто пользовались, оставляя вкладыши с распиской у лаборанта кафедры.



**Рис. 1. Студенческий семинар под руководством А.З. Петрова (на переднем плане). 1968 г., 3-я физическая аудитория.**

*В первом ряду студент 5-го курса, по-видимому, докладчик. Во втором ряду слева направо: доцент В.И. Голиков, доц. А.М. Анчиков, асс. Р.С. Сингатуллин, асс. С.Л. Царевский.*

*В четвертом ряду пять моих одногруппников с 3-го курса, слева И. Мубаракшин. В пятом ряду второй слева Ю. Игнатьев. В шестом ряду первый слева А. Пестов*

<sup>2</sup> С моей точки зрения, это было справедливо, учитывая масштабы научного пиратства США. Благодаря этому все наиболее значительные зарубежные научные журналы и монографии были свободно доступны студентам и исследователям.

<sup>3</sup> Библиотеку потом он увёз с собой в Киев.

Сделать доклад на студенческом научном семинаре было достаточно сложно, к нему нужно было очень серьезно готовиться, учитывая глубокий и проницательный ум АЗ, его обширные знания и строгое, хотя и деликатное отношение к молодым докладчикам. АЗ никогда не пытался унижить докладчика, показать его истинное место, как это любят у нас делать некоторые кандидаты в доктора, любители «срезать» докладчика, что я часто наблюдал на некоторых столичных семинарах. АЗ, безусловно, с уважением относился к докладчику, ставя на первое место процесс движения к установлению истины.

### 3.4. Кинетическое уравнение

На IV курсе я делал обзор по общерелятивистской кинетической теории по работам Николая Александровича Черникова и одновременно пытался обобщить общерелятивистское кинетическое уравнение на случай дополнительного электромагнитного взаимодействия. Полученное в результате обобщения кинетическое уравнение имело вид

$$p^i \frac{\partial}{\partial x^i} f(x, p) + \left( \Gamma_{ik}^\alpha p^i p^k - \frac{e}{m} F_{ik}^\alpha p^k \right) \frac{\partial}{\partial p^\alpha} f(x, p) = I(x, p), \quad (1)$$

$$(\alpha = \overline{1,3}, i, k = \overline{1,4}),$$

где  $f(x, p)$  – инвариантная функция распределения относительно координат семимерного фазового пространства  $\{x, p\}$ ,  $\Gamma_{ik}^\alpha(x)$  – символы Кристоффеля 2-го рода,  $F_{ik}^\alpha(x)$  – тензор электромагнитного поля,  $e$  – заряд частицы,  $m$  – её масса покоя.

После того как я выписал на доске уравнение (1), Алексей Зиновьевич сразу спросил меня «А почему это уравнение записано в неинвариантной форме? Ведь функция распределения инвариантна, и в правой части уравнения инвариант». Я не смог ответить на этот вопрос. Руководитель моей курсовой, Z, не остепенённый преподаватель, также не смог ответить на этот вопрос. АЗ сделал вежливое замечание руководителю, а мне сказал: «Займитесь доказательством инвариантности этого уравнения либо представьте его правильный вариант». На этом слушание моего доклада было прекращено. Надо сказать, что препринты статей Н.А. Черникова, как и его докторскую диссертацию «Кинетическая теория релятивистского газа», мне взял из библиотеки Петрова мой руководитель. Как я понял значительно позже, АЗ был полностью в курсе работ Черникова, поскольку, во-первых, они были приятелями, а во-вторых, Черников представлял в 1963 г. свою докторскую диссертацию по кинетике на кафедре теории относительности и гравитации. Я думаю, что аналогичный вопрос АЗ задавал и Черникову, но, судя по вопросу к моему докладу, также не получил от него удовлетворительного ответа. И хотя ответ на вопрос лежал почти на поверхности и при должной постановке вопроса АЗ, как казанский геометр, сам на него смог бы ответить, по-видимому, недостаточно ясная постановка задачи не позволила ему это сделать тогда.

Вопрос, поставивший меня в тупик, заставил серьёзно заняться решением этой задачи. Почти весь весенний семестр 1969 г. я мучился над ней. Я рассуждал примерно так: поскольку функция распределения инвариантна, а  $p^i$  – вектор, то  $f(x, p)$  может зависеть от этого вектора лишь посредством свёрток вида  $A_n(x, p) = a_{i_1 i_2 \dots i_n}(x) p^{i_1} p^{i_2} \dots p^{i_n}$ , где  $a_{i_1 i_2 \dots i_n}(x)$  – ковариантный тензор валентности  $n$  риманова пространства, то есть  $f(x, p) = f(A_0, A_1, \dots, A_n, \dots)$ . Но действие кинетического оператора (левой части уравнения (1)) на  $A_n$  есть скаляр. Поэтому и все уравнение (1) инвариантно при действии на инвариантную функцию распределения. Эти соображения доложил на студенческом семинаре в апреле 1969 г., за что удостоился скупой похвалы Алексея Зиновьевича и оценки «отл» за курсовую.

Замечу, что, на самом деле, задача решалась ещё проще – для этого надо было просто понять, что фазовое пространство является векторным расслоением, а левая часть уравнения (1) без электромагнитного члена – производной по Картану в этом расслоении. Странно, почему сам Черников не использовал этот факт, хотя и утверждал в диссертации, что фазовое пространство является векторным расслоением. Сам же АЗ, конечно, просто не заметил этот факт, возможно, из-за громоздкости обозначений, хотя, несомненно, знал о нем, являясь одним из лидеров Казанской геометрической школы и зная не понаслышке работы Э. Картана и Б.Л. Лаптева. А может быть, он хотел, чтобы я самостоятельно дошёл до этого. Так или иначе, я, наконец, наткнулся на прекрасную книгу А.А. Власова «Статистические функции распределения, 1966», которая внесла окончательную ясность в этом вопросе.

Приближалось время каникул и одновременно – распределения тем дипломных работ. Из предложенных на семинаре тем я выбрал работу под руководством АЗ «Погружение гравитационного поля... в евклидово пространство». Эта тема была единственной, предложенной АЗ и, откровенно говоря, мне не очень нравилась, так как сводилась к решению большого количества уравнений связи, что было очень громоздкой и малополезной для меня работой. Но мне очень хотелось работать у Петрова и остаться у него в аспирантуре. Вначале мая АЗ вызвал меня к себе и сказал, что в связи с вновь возникшими обстоятельствами он не сможет в следующем учебном году руководить дипломной работой и предложил мне поехать к Н.А. Черникову в Дубну для продолжения этой работы под его руководством. «Здесь вам ничем не смогут помочь в этом направлении. У нас нет таких специалистов. А в ОИЯИ уже работают два наших выпускника – Эрик Тагиров и Айвенго Пестов», – объяснил Алексей Зиновьевич и дал мне рекомендательное письмо, пожелав успехов и добавив, что я всегда могу рассчитывать на его поддержку в дальнейшем.

### 3.5. *Отъезд АЗ и переписка: 1970–1973 гг.*

Насколько я представляю, Алексей Зиновьевич окончательно переехал в Киев летом 1970 г. С тех пор я его не видел. В конце лета 1970 г. у меня возникли чрезвычайные семейные обстоятельства, отодвинувшие поначалу

вопросы научной карьеры на второй план. В связи с этим в конце сентября я выехал сначала в Днепропетровск, затем в Харьков и, наконец, на свою малую родину – Львов. Перед отъездом я списался с АЗ, познакомив его со своими планами. В ответ он написал, что во Львовском университете им. Ивана Франко существует научная группа, которая занимается вопросами, близкими к теории гравитации, и посоветовал туда обратиться. Также он предложил мне регулярно в течение года приезжать в Киев на консультации в ИТФ (Институт теоретической физики) с тем, чтобы на следующий год поступить в аспирантуру. Однако этот мой «блестящий план» с треском провалился. Мне пришлось возвращаться в Казань, где прием в аспирантуру уже закончился, в связи с чем пришлось просить профессора (тогда еще доцента) Шамиля Шагивалеевича Башкирова (у которого в студенческие годы я работал на общественных началах, выполняя некоторые радиационные измерения и расчёты) взять к себе на кафедру физики твёрдого тела. Таким образом, с 1 декабря 1970 г. я стал инженером лаборатории ядерной физики Казанского университета. В конце концов в декабре 1970 г. я написал Алексею Зиновьевичу о сложившейся ситуации, на что он философски ответил, что не стоит опускать руки, надо работать, а необходимые консультации получать у Уно Хермановича Копвиллема, а также и у него самого, если будет такая необходимость. Я так и поступил, периодически посылая АЗ письма со своими результатами и вопросами. АЗ всегда отвечал очень быстро, мелким четким почерком на листках тетрадки, и эти его лаконичные ответы очень мне помогли. Следует сказать, что на производную в расслоении натолкнул меня именно он. Он очень помог мне своими письмами. Общий научный студенческий семинар с отъездом АЗ прекратил своё существование и больше не возобновлял свою работу.

#### 4. Масштаб личности Петрова – ученого и человека

В конце статьи я попытаюсь оценить масштаб личности Алексея Зиновьевича Петрова. Без установления этой оценки невозможна истинная история науки. Существуют разные оценки масштаба личности АЗ, многие из которых вызваны честолюбием и профессиональной ревностью, клановыми интересами различных групп ученых, а также всем известным изречением «Не бывает пророк без чести, разве только в отечестве своем и в доме своем» (Евангелие от Матфея 13:53). В общем-то в мировой науке прочно утвердилось высокое положение А.З. Петрова как к геометру, внесшему огромный вклад в развитие математических методов исследования полей тяготения, в частности создавшему алгебраическую классификацию полей тяготения (знаменитые «три типа Петрова и один вырожденный») и классификацию полей тяготения по группам движений. Каждый фундаментальный зарубежный, как и российский, учебник (или монография) по общей теории относительности содержит соответствующие разделы. Достаточно назвать, например, широко известную специалистам монографию D. Kramer, H. Stephany, M. MacCallum E. Herlt под редакцией E. Schmutzer «Exact solutions of Einstein's Field Equations»

(Berlin: Verlag Die Wirtschaft, 1980), знаменитый учебник Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица «Теория поля» и многие другие. Без этих результатов Петрова невозможно представить современную теорию гравитации. Об этом свидетельствует, например, тот факт, что самый популярный в настоящее время у теоретиков прикладной математический пакет «Maple» содержит специальные программные процедуры, такие, как, например, Petrov Type для вычисления типа гравитационного поля по Петрову. Уже эти факты позволяют нам дать осторожную оценку Алексея Зиновьевича Петрова как выдающегося ученого геометра и физика-теоретика второй половины XX в.

Другими формальными фактами, подтверждающими эту оценку являются следующие: Присуждение ему в 1972 г. Ленинской премии<sup>4</sup> за развитые им инвариантно-групповые методы исследования гравитационных полей и избрание его в 1969 г. академиком Академии наук Украинской ССР. Кроме того, необходимо отметить А.З. как выдающегося организатора и руководителя научных исследований. Об этом свидетельствуют следующие факты: председательство А.З. Петрова в Советской гравитационной комиссии на протяжении всего времени ее существования, создание (в 1960 г.) и развитие им (1960–1970) единственной кафедры теории относительности и гравитации Советского Союза, руководство отделением теории относительности и гравитации Института теоретической физики АН УССР и организация (совместно с Брагинским) экспериментального поиска гравитационных волн. Кроме того, можно ценить и масштаб личности А.З. Петрова как выдающейся, учитывая его неимоверно тяжёлый путь от крестьянского мальчика к высотам науки через сиротство, лишения, недоедание, ранение в Великую Отечественную войну, отсутствие нормальных жилищных условий [5] и постоянные изнуряющие интриги коллег [2; 3].

#### *4.1. Разные мнения*

Одним из прямых следствий изречения «О пророках в отечестве...» является недостаточно высокая оценка А.З. Петрова как ученого-геометра, в среде казанских геометров, где укоренилось мнение о гениальном П.А. Широкове, который предложил студенту А.З. Петрову тему дипломной работы «Пространства Эйнштейна», из которой якобы и выросли две его монографии. С другой стороны, бытует здесь и мнение, что в своей классификации пространств Эйнштейна он просто обобщил известные уже результаты по пространствам с определенной сигнатурой метрики. Просто-де ему повезло с нужным приложением к физике. В материалах, размещенных на стендах Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского Казанского университета, имя А.З. Петрова персонифицируется только как ученика

<sup>4</sup> А Ленинская премия была высшей Государственной премией СССР, который обладал большим научно-техническим потенциалом, чем современная РФ. Достаточно указать на такой факт: гравитационные конференции СССР собирали тысячи участников, а аналогичные конференции РФ – меньше сотни.

П.А. Широкова и лауреата Ленинской премии, полученной за решение физической задачи. В течение 8 лет я работал заведующим кафедрой в этом институте, да и в докторском совете по геометрии «сидел» с 1995 г., поэтому дух несколько пренебрежительного отношения казанских геометров к личности Петрова я успел почувствовать за эти 23 года. Особенно ярко я почувствовал его, когда лекционную аудиторию № 610 института стали оборудовать под актовую аудиторию и вывесили в ней портреты всех выдающихся математиков Казанского университета. Из этих примерно 10 математиков только один Н.Г. Четаев был лауреатом Ленинской премии, а Н.Г. Чеботарёв был посмертно удостоен Сталинской премии. При этом никто из них не являлся академиком. Остальные математики, представленные на портретах, были авторитетами «местного уровня», то есть, в лучшем случае, – известными учеными. Портрета Алексея Зиновьевича Петрова среди них не было. Я пошёл к директору института и поставил вопрос, почему портрета самого знаменитого ученого-математика XX столетия Казанского университета А.З. Петрова нет на стенах актовой аудитории. В ответ директор объяснил, что мы, мол, совещались в директорате с руководством всех математических кафедр и окончательно утвердили этот список. Я ответил, что это несправедливо и я буду настаивать на закреплении портрета АЗ в этой аудитории. Поскольку директор сопротивлялся, я попросил своего ученика, ныне заведующего кафедрой геометрии А.А. Попова, а также заведующего кафедрой ТОГ поддержать мою просьбу. В результате, после долгих согласований, портрет Алексея Зиновьевича всё же повесили в аудитории 610.

Вот живой «статистический» пример этого отношения к АЗ среди геометров – в солидной по объёму статье посвященной жизни и деятельности А.З. Петрова и его 100-летнему юбилею [4] (см. также [5]) 1 раз употребляется прилагательное «гениальный» (но только по отношению к П.А. Широкову), 4 раза «талантливый» (но по отношению к ученикам Чеботарева, Петрова и молодым участникам Петровских чтений), 1 раз «выдающийся» (про лекторов Петровских чтений), 1 раз «способный» (это про Петрова из уст доцента В.Г. Коппа), 8 раз блестящий (6 раз про учителей Петрова, 1 раз про Петрова-школьника и 1 раз про Петрова-лектора). Про Алексея Зиновьевича 2 раза употреблена характеристика «известность», зато 6 раз «упорный», 2 раза «настойчивый» и 1 раз «целеустремленный» и еще «воля». Как сказал некто, «факты – упрямая вещь!».

Красивая картина складывается? Бедному бесталанному мальчику из крестьянской семьи сильно повезло – он оказался в компании гениальных и талантливых учителей и столь же талантливых учеников. Ему поставили очень перспективную задачу. Благодаря воле, упорству, настойчивости и целеустремленности он всё же смог обобщить ранее известную задачу и по счастливому стечению обстоятельств стал академиком и лауреатом Ленинской премии! Прямо, какая-то известная сказка Гофмана про Щелкунчика! Такое вот видение мира в силу причин, перечисленных выше.

#### 4.2. А.З. Петров: от геометрии к физике

В чём же состоит уникальность личности Алексея Зиновьевича Петрова – ученого и человека? Ученый Петров всю жизнь упрямо шёл к постижению тайн мироздания, его интересовало именно то, как устроен настоящий мир, а не решение изящных математических головоломок. И на пути к постижению истины – тайны этого мира – он употреблял все свои таланты – таланты ума и души, таланты математика, руководителя и организатора. На этом пути он не щадил ни себя, ни своей огромной жизненной энергии, сгорел как яркая звезда, вспыхнув на нашем небосводе. Можно сказать, что АЗ повторил жизненную траекторию своего гениального предшественника – Николая Ивановича Лобачевского, зримо ещё раз подтвердив правоту аксиомы английского драматурга «Жизнь – это трагедия». Лобачевский тоже шел от геометрии, но при этом его движущей силой, мотивацией его исследований всегда была геометрия реального мира. Этому есть множество свидетельств, разбросанных в виде высказываний в различных трактатах Лобачевского. Он ставил вопрос о связи механики и геометрии и высказывал предположение о возможной связи механических сил и расстояний. Другое зримое свидетельство он оставил Казанскому университету в виде построенной по его чертежам астрономической обсерватории, которая до сих пор украшает территорию Казанского университета. Вчитываясь в труды Лобачевского, в которых среди всего прочего описана схема возможного эксперимента по звёздной триангуляции скромно им называемого «воображаемого мира», начинаешь понимать глубинный смысл построенной им обсерватории. И он был на правильном пути, но по тем временам не осознавал всю техническую ложность такого эксперимента, осуществлённого уже в XXI в. Также и Петров пытался построить свою «обсерваторию» гравитационных волн сначала в Казанском университете, а затем в Институте теоретической физики Киева. И так же как Лобачевский, Петров не осознавал всей технической сложности эксперимента, тоже осуществлённого уже в XXI в. Как и Лобачевский, А.З. Петров после смерти подвергся негласной обструкции именно его коллегами-геометрами. Как говорится, «мариологологи святых мучеников похожи друг на друга как две капли воды»! Уже одно это движение к Истине и Лобачевского и Петрова выделяет их из огромной массы математиков и делает выдающимися математиками, Лобачевский же при этом достоин еще эпитета «гениальный» за сделанный им прорыв в научном мировоззрении, Петров – «выдающийся» за открытие новых закономерностей и разработанные им методы исследования уже существующей теории. Такой же путь прокладывали и другие выдающиеся математики, которые ставили математические задачи исходя из проблем реального мира, – Гельмгольц, Эйлер, Ньютон, Лагранж, Гамильтон, Гильберт, Вейль, Нётер, Ляпунов, Колмогоров, Понтрягин, Арнольд и многие другие. Только окружающий нас бесконечно многогранный мир в состоянии глубоко и по-настоящему озадачить ученых и направить их усилия на решение великих математических проблем.

### **4.3. Из интервью автора журналу «Матрица»**

На мой взгляд, наука – это вид сознательной деятельности по изучению Мира в самом широком понимании последнего слова. При этом критерием науки всегда должен быть эксперимент, в котором проверяется адекватность математической модели, а сама математическая модель должна предсказывать будущее состояние исследуемого объекта, исходя из знаний его современного состояния. Наряду с наукой в этом моем понимании активно существует и псевдонаука, формы которой весьма разнообразны, но которая не удовлетворяет как раз указанному критерию. Существуют так называемые мировоззренческие (философские) науки, в которых отсутствует критерий истины, кроме критерия логики при принятии заданной системы аксиом (взглядов). Особое место здесь занимают математические науки фактически с такими же критериями истинности, как и мировоззренческие. Все эти науки в свое время были сгенерированы в результате процесса познания человеком Мира, но в дальнейшем они получили свое внутреннее развитие. Я, может быть, выскажу крамольную мысль, которая, думаю, не очень понравится «чистым математикам», отстаивающим свое право развивать свои математические области в любом направлении, не оглядываясь на востребованность таких исследований и оправдывающих свою деятельность необходимостью внутреннего развития теории. Математику часто называют «Царицей наук». В какой-то мере это так, потому что без математического обоснования невозможно построить какую-либо адекватную модель Мира, дающую возможность прогнозировать его свойства и сравнить «цифр» с реальностью. Но я думаю, что в таких случаях более приемлем термин «Служанка», нежели «Царица». Инструмент/набор инструментов построения моделей исследования – один из наиболее адекватных языков общения между людьми, занимающимися научной деятельностью. Развитие языка – это благородная задача. Действительно, если строго доказано, что при определённых условиях справедлива логическая цепочка  $A \Rightarrow B \Rightarrow C \Rightarrow \dots Z$ , тогда исследователь при этих условиях сразу использует более короткую логическую цепочку  $A \Rightarrow Z$ . Это и есть развитие языка. Но беда в том, что многие современные «чистые математики» идут в своих исследованиях по пути наименьшего сопротивления: вместо того чтобы изучить определенную цепочку, которая интересует исследователей, они добавляют либо новые слова в свой язык, либо новые части речи, либо новые правила грамматики и продолжают свою игру в бисер.

### **4.4. Божественный пинок кафедре**

После проведения последних Петровских чтений в декабре 2022 г. мы обсуждали на кафедре ТОГ итоги этой конференции. Естественно, при этом неоднократно упоминалось имя Петрова и возникла дискуссия о масштабе его личности. Вспоминались разные случаи из жизни, приводились различные сравнения и примеры, подбирались эпитеты «талантливый», «знаменитый», «выдающийся» и др. В конце концов ныне действующий заведующий

кафедрой ТОГ Сергей Владимирович Сушков сказал примерно следующее: «К этому вопросу нужно подходить проще, как физики. Дерево узнаётся по его плодам. 60 лет назад Алексей Зиновьевич дал такого Божественного пинка кафедре, что она до сих жива, бурно развивается и находится на переднем фронте науки. Если бы Алексей Зиновьевич не был выдающимся ученым и человеком, такого бы не случилось».

### Выводы

Подводя итоги этой статьи, выделим ее основное положение:

Алексей Зиновьевич Петров – выдающийся геометр и физик-теоретик второй половины XX в., один из небольшого числа звёзд теоретиков-гравитационистов Советского Союза, безусловно – вторая по яркости (после Лобачевского) звезда Казанской геометрической школы. Уверен, что время подтвердит эту оценку.

### Литература

1. *Петров А. З.* Пространство-время и материя: элементарный очерк современной теории относительности. 2-е изд. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1963. 79 с.
2. *Владимиров Ю. С.* Воспоминания о профессоре А. З. Петрове // Международная школа «Математическое моделирование фундаментальных объектов и явлений в системах компьютерной математики KAZCAS-2016». Международный научный семинар «Нелинейные модели в механике, статистике, теории поля и космологии GRACOS-2016»: лекции школы и материалы семинара. Казань: Изд-во Академии наук РТ, 2016. С. 10–28.
3. *Владимиров Ю. С.* Воспоминания о профессоре А. З. Петрове // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. Вып. 4. 2016. С. 5–19.
4. *Аминова А. В., Холл Г. С.* Алексей Зиновьевич Петров. Жизнь и деятельность. URL: [https://kpfu.ru/portal/docs/F722191755/Petrov\\_AZ\\_Life\\_activity.pdf](https://kpfu.ru/portal/docs/F722191755/Petrov_AZ_Life_activity.pdf)
5. *Аминова А. В.* Алексей Зиновьевич Петров (к 100-летию со дня рождения) // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. 2011. Т. 1 (53), кн. 3. С. 6–21.
6. *Владимиров Ю. С.* Между физикой и метафизикой. Книга вторая. По пути Клиффорда–Эйнштейна. М.: Либроком, 2011.
7. *Валеев И., Бабанова Г.* Интервью с Лауреатом Государственной премии РТ Юрием Игнатьевым: «В физике не без лирики» // Матрица. 2017. URL: <https://kpfu.ru/math/matrixjournal/v-fizike-ne-bez-liriki-334960.html>
8. *Игнатьев Ю. Г.* Математические модели теоретической физики (с примерами решения задач в СКМ Maple). Изд. 2-е, испр. и доп. Казань: Казанский университет, 2022. URL: [https://shelly.kpfu.ru/e-ksu/docs/F464024750/MMTF\\_2022.pdf?p\\_random=328633](https://shelly.kpfu.ru/e-ksu/docs/F464024750/MMTF_2022.pdf?p_random=328633)

## **AZ: TOUCHES TO THE PORTRAIT**

**Yu.G. Ignat'ev\***

*Institute of Physics, Kazan Federal University,  
16 Kremlevskaya St, Kazan, 420008, Russian Federation*

**Abstract.** Personal memories of Alexei Zinovievich Petrov, the great Kazan geometer and theoretical physicist, who became a guiding star for the Author.

**Keywords:** Alexey Zinovievich Petrov, geometry, general theory of relativity, Kazan University, Department of Theory of Relativity and Gravity

---

\* E-mail: [yurii.ignatev.1947@yandex.ru](mailto:yurii.ignatev.1947@yandex.ru)

DOI: 10.22363/2224-7580-2024-2-138-139

EDN: YEATDA



**ВЛАДИМИР ВСЕВОЛОДОВИЧ КАСАНДРОВ**  
**(11.04.1949–26.03.2024)**

С глубоким прискорбием сообщаем, что после продолжительной болезни ушёл из жизни Владимир Всеволодович Кассандров – талантливый учёный и педагог, кандидат физико-математических наук, доцент Института гравитации и космологии Российского университета дружбы народов имени Патриса Лумумбы.

Владимир Всеволодович с отличием закончил физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова в 1971 г. по специальности «Теоретическая физика». Под руководством Я.П. Терлецкого защитил в РУДН кандидатскую диссертацию в 1977 г. Кассандров является автором монографии, учебника, ряда учебных пособий и более 100 работ в российских и зарубежных журналах в области теоретической и математической физики.

Владимир Всеволодович был автором ряда публикаций философского, метафизического и научно-популярного характера, в том числе о значении радикальной неопифагорейской идеологии в современной теоретической физике и её реализации в контексте «алгебродинамики» – оригинального направления, развиваемого им с учениками с 1980 г. В.В. Кассандров руководил лабораторией «Алгебраическая структура пространства-времени и алгебродинамика полей и частиц» Института изучения феномена времени при факультете глобальных процессов МГУ им М.В. Ломоносова. Был одним из участников и лауреатов конкурса научных проектов НТВ-канала «Программа А. Гордона» (2004 г.).

В Учебно-научном институте гравитации и космологии РУДН В.В. Кассандров читал спецкурс «Алгебра и геометрия пространства-времени», а также ряд общих курсов. Результаты работ Владимира Всеволодовича с учениками докладывались на многочисленных российских и международных конференциях и вызывали интерес научного сообщества.

В памяти коллег Владимир Всеволодович останется как жизнерадостный, открытый и энергичный человек, равнодушный к проблемам коллег и учеников, всегда готовый прийти на помощь. На протяжении многих лет Владимир Всеволодович мужественно и со смирением переносил тяжёлые недуги и различные житейские неурядицы.

Светлая память о Владимире Всеволодовиче Кассандрове останется в сердцах его сотрудников и коллег.

Выражаем глубокие соболезнования его родным и близким.

*С.В. Болохов, К.А. Бронников,  
Ю.С. Владимиров, А.П. Ефремов,  
В.Д. Иващук*

**V.V. KASSANDROV**  
**(11.04.1949–26.03.2024)**

## НАШИ АВТОРЫ

**АЛИБИН Максим Агабекович** – аспирант Российского университета дружбы народов.

**АРИСТОВ Владимир Владимирович** – доктор физико-математических наук, профессор Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» РАН.

**ВЕКШЕНОВ Сергей Александрович** – доктор физико-математических наук, профессор Российской академии образования (Москва).

**ГОДАРЕВ-ЛОЗОВСКИЙ Максим Григорьевич** – руководитель лаборатории-кафедры «Прогностических исследований» ИИПВ, Москва – Санкт-Петербург.

**ГУРЬЯНОВ Василий Иванович** – кандидат технических наук, доцент филиала СПбГЭУ в Чебоксарах.

**ЕФРЕМОВ Александр Петрович** – доктор физико-математических наук, профессор Института гравитации и космологии Российского университета дружбы народов, академик РАЕН.

**ИГНАТЬЕВ Юрий Геннадиевич** – доктор физико-математических наук, профессор физического факультета Казанского государственного университета.

**КИССЕР Алексей Эдуардович** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики Московского государственного технологического университета «СТАНКИН».

**КРЕЧЕТ Владимир Георгиевич** – доктор физико-математических наук, профессор Московского государственного технологического университета «СТАНКИН», профессор Ярославского педагогического университета имени К.Д. Ушинского.

**ПАНЧЕЛЮГА Виктор Анатольевич** – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института теоретической и экспериментальной биофизики РАН (Пушино).

**ПАНЧЕЛЮГА Мария Сергеевна** – научный сотрудник Института теоретической и экспериментальной биофизики РАН (Пушино).

**САМСОНЕНКО Николай Владимирович** – кандидат физико-математических наук, доцент Института физических исследований и технологий Российского университета дружбы народов.

**СЕРОВАЙСКИЙ Семен Яковлевич** – доктор физико-математических наук, профессор Казахского национального университета им. аль-Фараби (Алматы).

**СЁМИН Михаил Валерьевич** – аспирант Российского университета дружбы народов.

**ХАЙДАР Раиф** – аспирант Российского университета дружбы народов.

## Общие требования по оформлению статей для журнала «Метафизика»

Автор представляет Ответственному секретарю текст статьи, оформленной в соответствии с правилами Редакции. После согласования с Главным редактором статья направляется на внутреннее рецензирование и затем принимается решение о возможности ее опубликования в журнале «Метафизика». О принятом решении автор информируется.

### Формат статьи:

- Текст статьи – до 20–40 тыс. знаков в электронном формате.
- Язык публикации – русский/английский.
- Краткая аннотация статьи (два-три предложения, до 10–15 строк) на русском и английском языках.
- Ключевые слова – не более 12.
- Информация об авторе: Ф.И.О. полностью, ученая степень и звание, место работы, должность, почтовый служебный адрес на русском и английском языках, контактные телефоны и адрес электронной почты.

### Формат текста:

- шрифт: Times New Roman; кегль: 14; интервал: 1,5; выравнивание: по ширине;
- абзац: отступ (1,25), выбирается в меню – «Главная» – «Абзац – Первая строка – Отступ – ОК» (то есть выставляется автоматически).
- ✓ Шрифтовые выделения в тексте рукописи допускаются только в виде курсива.
- ✓ Заголовки внутри текста (названия частей, подразделов) даются выделением «Ж» (полуужирный).
- ✓ Разрядка текста, абзацы и переносы, расставленные вручную, не допускаются.
- ✓ Рисунки и схемы допускаются в компьютерном формате.
- ✓ Века даются только римскими цифрами: XX век.
- ✓ Ссылки на литературу даются по факту со сквозной нумерацией (не по алфавиту) и оформляются в тексте арабскими цифрами, взятыми в квадратные скобки, после цифры ставится точка и указывается страница/страницы: [1. С. 5–6].
- ✓ Номер сноски в списке литературы дается арабскими цифрами без скобок.
- ✓ Примечания (если они необходимы) оформляются автоматическими подстрочными сносками со сквозной нумерацией.

### Например:

- На место классовой организации общества приходят «общности на основе объективно существующей опасности» [2. С. 57].
- О России начала XX века Н.А. Бердяев писал, что «постыдно лишь отрицательно определяться волей врага» [3. С. 142].

## Литература

1. Адорно Т.В. Эстетическая теория. М.: Республика, 2001.
2. Бек У. Общество риска. На пути к другому модерну. М.: Прогресс-Традиция, 2000.
3. Бердяев Н.А. Судьба России. Кризис искусства. М.: Канон+, 2004.
4. Савичева Е.М. Ливан и Турция: конструктивный диалог в сложной региональной обстановке // Вестник РУДН. Сер.: Международные отношения. 2008. № 4. С. 52–62.
5. Хабермас Ю. Политические работы. М.: Праксис, 2005.

С увеличением проводимости<sup>1</sup> кольца число изображений виртуальных магнитов увеличивается и они становятся «ярче»; если кольцо разрывается и тем самым прерывается ток, идущий по кольцу, то изображения всех виртуальных магнитов исчезают.

<sup>1</sup> Медное кольцо заменялось на серебряное.

Редакция в случае неопубликования статьи авторские материалы не возвращает.

*Будем рады сотрудничеству!*

### Контакты:

Белов (Юртаев) Владимир Иванович, тел.: 8-910-4334697; e-mail: vyou@yandex.ru