ПРОБЛЕМЫ ТЕОРЕТИКО-ПОЛЕВОГО ПОДХОДА

DOI: 10.22363/2224-7580-2023-2-49-75
EDN: JEERZT

Посвящается светлой памяти
МихаилаХанановича Шульмана

НЕЛОКАЛЬНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ И ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

А.В. Белинский[1*], И.И. Джадан[2]**

[1]Физический факультет
Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова,
Российская Федерация, 119991, Москва, Ленинские Горы, д. 1, стр. 2
[2]Физик
Российская Федерация, 291008, Луганск, Городок ЛГАУ, д. 7

Аннотация. Со времени опубликования Эйнштейном, Подольским и Розеном работы, в которой впервые был проблематизирован вопрос о нелокальности квантовых корреляций, было предложено множество физических объяснений этому явлению, но ни одно из них не получило полного признания физиков. Возможно, пора рассмотреть вопрос шире, с привлечением нефизических аргументов, которые имеют абстрактно-математическое, общенаучное, философское и историческое содержание. Данная работа является попыткой такого рассмотрения.

***Ключевые слова**:* нелокальность, относительные величины, бинарность, антропный принцип, евклидова относительность, световой конус, квантовое байесианство, реляционная квантовая механика, декогеренция, информация, принцип дополнительности

Введение

В этой работе мы попытаемся дать как можно более простое объяснение проблеме нелокальных корреляций между результатами квантовых измерений. Не все аргументы, которые мы собираемся для этого использовать,

[*] E-mail: belinsky@physics.msu.ru
[**] E-mail: idzhadan@yandex.ru

можно назвать сугубо физическими. Некоторые из них выходят за рамки того, что принято считать предметом физики, апеллируя к общим свойствам и необходимостям человеческого разума и языка, и поэтому должны считаться общенаучными или философскими. Однако то, что они помогают понять принципы квантовой механики и более широко: *принципы любого физического знания*, для нас очевидно, и именно поэтому мы решились их привести. Другие аргументы носят математический характер, при этом оставаясь достаточно простыми для того, чтобы наши объяснения не оказались более сложными, чем объясняемый предмет, и не потребовали бы дополнительных объяснений вместо того, чтобы играть предназначенную им роль.

Заметим, что универсальным, но недостаточно конкретным в общем случае объяснением состояния физической теории следует считать антропный аргумент, вернее его вариант, основанный на необходимостях человеческого мышления: состояние физической теории таково, поскольку другое состояние помимо иных обстоятельств, потребовало бы иных свойств человеческого мышления. В более радикальном виде, у Уиллера, антропный принцип звучит как «*Observers are necessary to bring the Universe into being*» [1], – «чтобы привести Вселенную к существованию, необходимо наличие наблюдателей»[1]. Однако надо вначале разобраться, что следует понимать под «существованием» в физической науке, и во всех ли случаях понятие физического существования можно применять в безотносительном, безусловном смысле, универсальном для всех ситуаций, или оно в каких-то случаях может быть лишь условным и относительным.

В своей вступительной статье к переводу дискуссии Эйнштейна с Н. Бором В.А. Фок пишет: «*Эйнштейн понимает слово „состояние“ в том смысле, какой ему обычно приписывается в классической физике, то есть в смысле чего-то вполне объективного и совершенно независящего от каких-либо сведений о нём. Отсюда и проистекают все парадоксы*» [2. С. 437].

Однако, как пишет сам Эйнштейн, если понятие состояния сливается с понятием «*сведения о состоянии, получаемые в результате максимально точного опыта*», то можно придавать волновой функции тот или иной вид, не трогая системы. Эйнштейн здесь имеет в виду, что изменения происходят в одной из частей реальной системы, а при этом в формализме меняется описание всей системы в целом, что делает её несепарабельной. С точки зрения Эйнштейна и его соавторов (ЭПР), несепарабельность вместе с возможностью выбора измеряемой величины логически приводит к *неполноте* теории, так как она якобы какие-то элементы реальности «недоописывает», хотя они, по мысли ЭПР, обязаны существовать. Например, если система настроена на измерение импульса, то такой элемент, как координата, в теории не описан, и наоборот.

Критикуя Эйнштейна, Бор, и вслед за ним Фок предлагают с этим смириться и воспринять новую физику такой, какая она есть.

[1] Перевод авторов статьи.

Один тонкий момент остаётся невыясненным: если состоянию можно придать разный вид, на основании чего всё-таки природа нам диктует именно те результаты экспериментов, которые мы получаем и успешно воспроизводим в разных лабораториях? Если, по словам Фока, не волновая функция является «*вполне объективной*», не зависимой от наблюдателя реальностью, то что?

Фоку и Бору вторит Цейлингер, который в своём интервью говорит, что «*характеристики мира **в известной степени** зависят от нас*»[2] [3]. В обоих случаях сквозит неверие в то, что в квантовой физике возможно разделить то, что от нас зависит, от того, что от нас не зависит, то есть «*вполне объективное*» от «*не вполне объективного*». Далее мы покажем, что этот скептицизм не обоснован, но при этом «*вполне объективным*» при измерениях следует считать не отдельные величины, а пары величин. В случае КМ это – пары канонически сопряжённых или «дополнительных» величин.

И ещё один немаловажный вопрос: почему при анализе результатов классических экспериментов мы прекрасно справляемся обычным математическим инструментарием и обычной вероятностью, а при некоторых условиях эта логика ломается? Ссылаться на формализм самой квантовой теории – по нашему мнению, не продуктивно, так как именно этот формализм, его необходимость, остаётся необъяснённым «белым пятном». Однако некоторые более общие физические и не вполне физические принципы, по нашему мнению, могут помочь разрешить эту проблему.

Порядок

Очевидно, что при объяснении теории бессмысленно ссылаться на аргументы, взятые из самой теории, приходится копнуть глубже, выходя местами за принятые рамки собственно физики. Так, развивая антропный аргумент, в первую очередь отметим, что мышление, как таковое, требует упорядоченности. Мышление в известном смысле можно считать упорядоченным множеством суждений. Аналогичным образом упорядочены наши чувственные переживания, составляющие необходимую основу для верификации измерений и в дальнейшем – для естественнонаучного познания. При этом деятельное сознание можно определить как работу по выстраиванию чувственных переживаний и рациональных суждений в определённый порядок.

Универсальность

Научное знание отличается от индивидуального опыта своей всеобщностью: научные суждения должны обладать универсальным значением для всего научного сообщества, иначе они не поднимутся выше мнений и личных впечатлений.

---

[2] Перевод авторов статьи.

Достоверность

Для продуктивной научной дискуссии необходима однозначность языка, иначе ни о какой универсальности суждений речи идти не может. Поэтому научная коммуникация не может строиться на вероятном или условном смысле сообщений. Научные суждения должны быть достоверны и безусловны, что предполагает, в частности, использование двузначной логики.

Относительность

Всякая осмысленная коммуникация происходит через восприятие смысла символов, расположенных в определённом линейном порядке. Но основой символического линейного порядка является упорядоченная пара символов (*a, b*). Её, согласно Н. Бурбаки, можно рассматривать, как неопределяемое («примитивное») понятие математики, а любое *отношение* между *a* и *b* можно рассматривать как свойство этой пары [4. С. 83]. *Отношение* не является *унарным* свойством каждого объекта, входящего в пару. Оно является свойством *бинарным*, то есть относящимся ко всей паре, как к целому.

Можно сказать и по-другому: бинарное свойство, если рассматривать его не как свойство пары, а как свойство одного объекта, *a* или *b*, является не абсолютным свойством объекта, а всего лишь *относительным*: приобретающим свой смысл лишь в отношении некоторого другого объекта. Тогда следует сделать вывод: всякий универсальный порядок означает наличие у объектов порядка *бинарного* свойства. По отношению к отдельному объекту это свойство будет *относительным*.

Нелокальность общезначимого порядка

Выше мы уже отметили важнейшую особенность порядка: *порядок – это бинарное, а не унарное свойство*, то есть зависящее от двух аргументов, а не от одного. Иначе говоря, порядок математически просто невозможно установить сепарабельными, чисто «локальными» условиями, привязанными к отдельному элементу. Для установления универсального порядка необходимо приписать некоторое свойство («бинарное отношение») как минимум паре элементов. Поскольку элементами общезначимого порядка могут быть и целые суждения, *универсальный общезначимый порядок суждений можно определить, только приписав каждой паре суждений определённое отношение*.

На принципиально нелокальный и «бинарный» характер физической геометрии неоднократно в своих работах указывает Ю.С. Владимиров, отмечая при этом и главный недостаток большинства попыток построить нелокальные физические теории: «*пространство-время рассматривалось как априорно заданное, фактически имеющее субстанциальный характер*» [5]. Нам также очевидно, что геометрические рассуждения должны иметь вспомогательный характер и быть вторичными по отношению к неким более фундаментальным и всеобщим принципам организации физического знания.

Если отталкиваться от естественных требований к научной коммуникации, очевидно, что нелокальный принцип отношений вызван требованиями установления порядка в коммуникативном инструменте: языке описания реальности и физической дискуссии.

Линейность величин

Одним из основных занятий физиков являются вычисления. Но физические вычисления возможны лишь в том случае, если они проводятся над линейно упорядоченными множествами неких суждений: «оценок» или «величин». Напомним, что математически «линейно упорядоченное множество» (*цепь*) — это частично упорядоченное множество, в котором любая пара элементов сравнима, то есть для любых двух элементов a и b имеет место некоторое отношение $\leq$ порядка, так что либо $a \leq b$, либо $b \leq a$. По-другому (в духе Бурбаки) это можно выразить так: любая пара a и b является упорядоченной, либо (a, b), либо (b, a). Таким образом, *чтобы быть универсальным, порядок величин обязан быть линейным*.

Относительность физических свойств

Будучи встроенными в линейный порядок, результаты измерения физической величины приобретают относительные свойства, полностью определяемые взаимным расположением пары результатов в линейном порядке. Таким образом, путём измерений могут быть установлены лишь относительные свойства физических объектов, а всякое измеримое физическое свойство сугубо относительно.

Содержательность физики и условность физических величин

Условность физических величин следует из содержательности физики как отдельной научной дисциплины. Физическая наука отличается от чистой математики тем, что занимается вещами, существование которых не является чисто умозрительным. Сошлёмся на Эйнштейна: «*Элементы физической реальности не могут быть определены при помощи априорных философских рассуждений, они должны быть найдены на основе результатов экспериментов и измерений*» [2. С. 440]. Эйнштейн, можно сказать, обозначил демаркационную линию, отделяющую физику от математики и чистой философии.

Свойства физических объектов должны быть измеримыми, чтобы эти объекты были бы признаны физически существующими. Но место измеренной физической величины в этом порядке всегда условно, что выражается в том, что физической величине в общем случае *можно* приписать разное числовое значение, но на деле приписывается то, что соответствует условию и результату измерения. Если бы мы стали полностью отождествлять физическую величину и число, это свело бы физику к чистой математике и сделало бы измерения бессмысленными, так как результат был бы заранее предопределён.

В простейшем и наиболее фундаментальном случае измерение означает измерение существования: есть объект или он отсутствует. Если бы ответ всегда был «да», измерение было бы излишним. Чтобы измерение не было лишним, ответ на вопрос о существовании физического объекта не может всегда быть априори (то есть до измерения) положительным. Но если он не может быть всегда положительным, это равнозначно утверждению об априорной условности существования объектов физики.

Более того, измерение числа физических объектов даже в классике не должно давать во всех случаях один и тот же результат, независимо от условий. Следовательно, вероятность измерительных событий тоже, в общем случае, не может быть безусловной величиной.

Таким образом, фундаментальная условность физической величины – это не предмет выбора, а необходимость. Можно сказать и по-другому: физические истины могут быть лишь условными, поскольку они отличаются – и обязаны отличаться согласно принципу физической содержательности – от истин математических. Можно это выразить и по-другому, пользуясь терминологией самого Эйнштейна [2. С. 445]: «*элементами физической реальности*» служат не отдельные величины, а их бинарные отношения. В этом выводе мы расходимся с Эйнштейном, который считал, что чтобы элемент физической реальности можно было считать существующим, достаточно (а не необходимо!), что *«мы можем с достоверностью предсказать значение некоторой*[3] *физической величины»* [2. С. 440]. Элементом физической реальности, по нашему мнению, можно считать лишь пару величин, к примеру – канонически сопряжённые величины в квантовой механике.

Мы подошли к интересному разрыву между двумя практическими установками, когда принцип физической содержательности требует использования условных величин, а научная точность и воспроизводимость результатов – безусловной достоверности. Примирить их помогает понятие вероятности, которое является вычислительным инструментом для ответа на вопрос: «Что произойдёт, если число элементов множества C возможных результатов измерения больше 1?»

Вероятность как степень истинности

Универсальный порядок в суждениях устанавливается путём применения логических категорий «истина» и «ложь», которые можно рассматривать как крайние, «полярные», значения доверия к тому или иному суждению. Будем на данном этапе придерживаться байесовской трактовки, согласно которой вероятность – это субъективная оценка / степень уверенности в истинности того или иного суждения, выраженная числом от 0 до 1. Таким образом,

[3] Эйнштейн имел в виду отдельную величину, а не пару.

можно представить множество оценок истинности в виде точек отрезка [0,1]. Но можно поступить по-другому: представить множество оценок истинности в виде точек окружности: группа симметрии $U(1)$.

Два этих представления будут отличаться друг от друга тем, что в случае окружности все элементы полностью равноправны, а в случае отрезка – это не так: границы отрезка, точки 0 и 1, находятся в особом положении. Другими словами, уже в языке описания в первом случае заложено некоторое знание: о возможности безусловной достоверности, выделенной среди других оценок. В другом же случае в языково-математической форме заложено максимально полное незнание, если под незнанием понимать равноправие возможностей.

Можно сказать и по-другому: достоверность (вероятность равная 1) противоречит аксиоме Архимеда, которая, как выясняется, является критически важной для всей теории физических измерений. Смысл этой аксиомы в том, что если мы будем измерять больший отрезок меньшим, то всегда найдётся такое конечное число, на которое мы умножим длину меньшего отрезка и превысим длину большего. Например, какой бы короткой не была спичка, взяв достаточное количество спичек, мы можем измерить сколь угодно длинное бревно. Если вместо длин измерять вероятности, согласно аксиоме Архимеда, они тоже должны быть всегда сравнимы. Но вероятность, равная 1, не согласуется с аксиомой Архимеда, поскольку не сравнима со своей альтернативой. Например, сравним измеренные частоты выпадения двух альтернатив, допустим мы получили два натуральных числа n_1 и n_2. Если оба они больше 0, они оба не достоверны. Если же одно равно 0, то вероятность его нулевая, а другое выпадает с достоверностью, однако отношение P_2/P_1 не выражается никаким конечным числом, то есть не соответствует аксиоме Архимеда для измеримых величин.

Следствием этих особенностей будет разница в формализме расчётов, построенных на разных языках описания: разном представлении множества оценок истинности, отрезком или окружностью. В первом случае мы получим классическую теорию вероятности, в которой существуют априорно выделенные «истина» (значение оценки 1) и «ложь» (значение оценки 0).

Во втором случае мы получим формализм квантовой теории, в которой априорные «истина» и «ложь» не существуют в принципе, а появляются в результате некоторого дополнительного выбора: выбора базиса. *Именно отсутствием безусловной «истины» и безусловной «лжи» можно объяснить отличие квантовой неопределённости от классической вероятности.*

Учитывая эту разницу, можно утверждать, что в случае выбора нами множества оценок, изоморфного окружности с операцией поворота вокруг центра (группа U(1)), *«объективно», то есть на основании одной лишь необходимости и независимо от нашего дальнейшего выбора*, *могут быть установлены лишь бинарные свойства*. Поскольку мы рассматриваем вероятность, то в данном случае это – вероятностные отношения на парах физических суждений. Назовём эти отношения отношениями «*относительной вероятности*». Рассмотрим их подробнее.

Относительная вероятность

Вероятность в традиционном смысле обязательно рассматривать как положительную функцию, нормированную на единицу. Но всегда ли это удобно? Иногда такое рассмотрение неудобно или даже затруднено. Однако, всегда можно рассмотреть *относительную вероятность*, то есть относительную степень доверия к утверждению (или отрицанию) a по сравнению с утверждением (или отрицанием) b. Будем записывать $P\left(\frac{a}{b}\right)$, говоря об относительной вероятности a по сравнению с b, и выражая это отношение рациональной дробью, если не отмечено иначе.

Очевидно, что для всякой пары взаимоисключающих, или «ортогональных», утверждений можно ввести относительную вероятность. В ином случае её ввести может быть проблематично, хотя и возможно: если два утверждения логически пересекаются, возникает неопределённость, куда отнести пересечение a и b. И в этом случае потребовалась бы дополнительная аксиома, устанавливающая правило такого отнесения.

Также следующая аксиома необходима: для всякой пары ортогональных утверждений их относительные вероятности выражаются обратными числами:

$$P\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{1}{P\left(\frac{b}{a}\right)}.$$

Эта аксиома необходима из соображений симметрии.

Вывод условной вероятности из относительной

Между предлагаемым понятием *относительной вероятности* и широко применяемой *условной вероятностью* существует связь. Допустим, что логические отношения между двумя произвольными утверждениями a и b заданы произвольным образом. Это соответствует общему случаю диаграммы Эйлера (рис. 1).

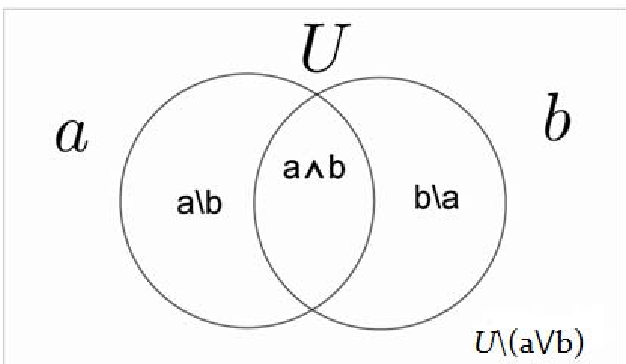

Рис. 1. Диаграмма Эйлера: *U* – универсум, то есть объединение всех рассматриваемых возможностей, предоставляемых логическим отношением двух множеств. Если среди этих возможностей выделить ортогональные, получается четыре: I, II, III, IV. Пятая возможность *V* – их объединение, или универсум *U*

Будем подразумевать следующие тождества:

I) $a \wedge b \equiv a$ «и» b,

II) $a \backslash b \equiv a$ «и» («не» b),

III) $b \backslash a \equiv b$ «и» («не» a),

IV) $U \backslash (a \vee b) \equiv$ «не» a и «не» b,

V) U – универсум всех рассматриваемых возможностей.

Таким образом, в самом общем случае для двух произвольных суждений a и b мы имеем 4 логически ортогональные возможности их отношений и объединение всех этих возможностей в виде U. Свойство ортогональности суждений задано как контрарное отношение (отношение несовместимости): понятия или суждения, находящиеся в контрарном отношении, вместе одновременно не могут быть истинными, но могут быть оба одновременно ложными.

К примеру: не может быть такого, чтобы вы были здоровы и счастливы и, с другой стороны, здоровы и несчастны! Вы либо здоровый и счастливый, либо здоровый и несчастный. Но все ещё возможен третий вариант: вы не относитесь ни к $a \wedge b$ «здоровым и счастливым», ни к $a \backslash b$ «здоровым и несчастным». Таким образом, можно найти всего 4 ортогональных варианта бинарных *логических отношений* для пары суждений a и b, других нет априори.

Как показано выше, отношение *относительной вероятности* $P\left(\frac{a}{b}\right)$ может быть однозначно установлено между двумя логически взаимно-ортогональными суждениями. Комбинаторика подсказывает, что всего таких относительных вероятностей получится шесть, а учитывая обратные – двенадцать:

$$P\left(\frac{I}{II}\right) = 1/P\left(\frac{II}{I}\right),$$

$$P\left(\frac{I}{III}\right) = 1/P\left(\frac{III}{I}\right),$$

$$P\left(\frac{I}{IV}\right) = 1/P\left(\frac{IV}{I}\right),$$

$$P\left(\frac{II}{III}\right) = 1/P\left(\frac{III}{II}\right),$$

$$P\left(\frac{II}{IV}\right) = 1/P\left(\frac{IV}{II}\right),$$

$$P\left(\frac{III}{IV}\right) = 1/P\left(\frac{IV}{III}\right).$$

Покажем на примере множества логических отношений между a и b, что, если на этом множестве задана *относительная* вероятность, на нём определена и *условная* вероятность.

Под *условной* вероятностью $P(a|b)$ понимается степень доверия к утверждению, что если верно условие b, то верно и a. Другими словами, *условная* вероятность $P(a|b)$ – это вероятность логической импликации $b \Rightarrow a$. Пользуясь диаграммой Эйлера, можно видеть, что $P(a|b)=P(b \Rightarrow a)=P(I|(I \vee III))$. В то же время может быть задана *относительная* вероятность $\mathrm{P}\left(\frac{III}{I}\right)$, поскольку *I* и *III* ортогональны. Допустим, *относительная* вероятность $P\left(\frac{III}{I}\right)$ выражена рациональной положительной дробью $\frac{\alpha}{\beta}$, где $\alpha,\beta\in\{\mathbb{N},0\}$. Определим формально: $P\left(\frac{\alpha}{0}\right)=+\infty$. Тогда мы всегда можем перейти от дроби $\frac{\alpha}{\beta}$ к $\frac{\alpha}{\alpha+\beta}$. Обозначим этот переход, как N: $N[P\left(\frac{III}{I}\right)] \to P_N(III,I)$. Видно, что $P_N(III,I)$ – некоторая *положительная функция* с областью значений $[0,1]\subset \mathbb{Q}$ в нетривиальном случае, то есть когда хотя бы одно из α и $\beta\neq 0$. Очевидно, что функция $P_N(III,I)$ отвечает требованиям к вероятности. Когда $P\left(\frac{III}{I}\right) = \frac{\alpha}{\beta}$, то:

$$P_N(III,I) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}.$$

Допустим теперь, что $a\wedge b$ верно в β однородных случаях, а b – в $\alpha+\beta$ числе случаев, среди которых случаи $a\wedge b$. Тогда, согласно определению *условной* вероятности, данному выше, *условная* вероятность будет

$$P(a|b) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta},$$

но именно этому отношению равна наша функция $P_N(III,I)$! Таким образом, доказано, что $P_N(III,I) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} = P(a|b)$.

Пространство относительных вероятностей

Как было отмечено выше, свойства множества $[0,1]\subset\mathbb{Q}$ значений классической вероятности не отвечают требованию априорного равноправия. Для выполнения такого требования необходимо как минимум множество элементов группы $U(1)$. Удобным представлением группы $U(1)$ является окружность, где бинарные отношения между элементами выражаются полярными углами. Но разный порядок элементов в упорядоченной паре соответствует бинарному отношению между элементами, выражаемому углами поворотов с противоположными знаками. Такое поведение существенно отличается от свойств положительной аддитивной меры обычной вероятности. Получается, что, как бы мы ни хотели, *мера бинарных отношений между элементами, необходимыми для построения относительных вероятностей на группе симметрии $U(1)$ не может быть выражена лишь положительными значениями.* Это можно рассматривать как ещё одно важное свойство языка описания относительных вероятностей: на фундаментальном уровне описания нам придётся иметь дело с как минимум двумерными (или комплекснозначными) векторами амплитуд и лишь затем, после введения дополнительных правил, переходить к интуитивно более привычным неотрицательным вероятностям.

Таким образом, нам дополнительно необходим способ перехода к классическим вероятностям, то есть таким, которые неотрицательны и априори допускают безусловную достоверность. Один из способов – это выбор системы отсчёта или базиса.

Для выбора базиса вновь воспользуемся диаграммой Эйлера (рис. 1). На ней суждения $a\backslash b$, $b\backslash a$ и $a\wedge b$ – взаимно ортогональны и независимы по своему объёму. Будем считать, что им соответствуют орты $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$ в 3-мерном евклидовом пространстве. Для возможности нормировки зададим универсум суждений $U \supseteq [(a \wedge b) \vee (a \backslash b) \vee (b \backslash a)]$. С определением U определяется ещё одно, четвёртое, суждение $U \backslash (a \vee b)$, ортогональное с первыми тремя. Поставим ему в соответствие орту $\vec{e}_0$.

Данная диаграмма (рис. 1) визуализирует все необходимые элементы для построения вероятностей всевозможных логических отношений между суждениями об измерении физических величин. Таким образом, *нам необходим 4-мерный, точнее 3+1-мерный логический континуум для того, чтобы из чистой математики могла бы появиться физика в виде системы суждений, основанной на достоверных измерениях*.

По отношению к U могут быть заданы «унарные» и «совместные» вероятности $P(a|U)$, $P(b|U)$ и $P(a \wedge b|U)$. Однако дальнейшее расширение числа измерений логического континуума проблематично: при числе измерений более четырёх алгебра теряет свойства ассоциативности умножения[4]. И если рассматривать поворот вектора $\vec{\psi}_\theta = \vec{\psi} \cdot \vec{e}_\theta$ на угол θ одновременно как операцию умножения на единичный вектор $\vec{e}_\theta$ и как бинарное отношение $(\vec{\psi}_\theta, \vec{\psi})$, то выходит, что значение цепочки операций $\vec{\psi} \cdot \vec{e}_\theta \cdot \vec{e}'_\theta = \vec{\psi}'_\theta$ в логическом континууме с числом измерений более четырёх будет зависеть от произвольного выбора расстановки скобок. А значит, бинарное отношение между векторами $\vec{\psi}$ и $\vec{\psi}'_\theta$ не будет однозначно определено.

Выбор инварианта

Зададим правило для представления вероятностных отношений между двумя произвольными суждениями a и b вектором $\vec{\psi}$ в 4-мерном векторном пространстве $\mathscr{L}_4$ над полем $\mathbb{Q}$ рациональных чисел:

$$\vec{\psi} = x_0 \vec{e}_0 + x_{1\text{-}3} \vec{e}_{1-3}.$$

Относительные вероятности будут:

$$P\left(\frac{x_i}{x_j}\right) = \frac{x_i^2}{x_j^2}.$$

Это отношение может быть представлено в виде квадрата котангенса угла θ между проекцией вектора $\vec{\psi}$ на соответствующую плоскость $(X_i X_j)$ и ортой $\vec{e}_i$:

$$P\left(\frac{x_i}{x_j}\right) = \mathrm{ctg}^2\theta_{ij}.$$

Тогда в $\mathscr{L}_4$ будет выполняться пифагорово соотношение

$$|\vec{\psi}|^2 = x_0^2 + x_{1\text{-}3}^2$$

[4] Теорема Фробениуса.

Будет ли это пространство евклидовым или псевдоевклидовым, зависит от того, что мы выберем инвариантом координатных преобразований. Если мы определим инвариантом $|\vec{\boldsymbol{\psi}}|^2$, пространство $\mathscr{L}_4$ будет евклидовым, если x_i^2 – псевдоевклидовым. Этот выбор не повлияет на относительные вероятности, которые устанавливаются равенством Пифагора. Таким образом, *конечный вид геометрии пространства вероятностей зависит от дополнительного выбора, а относительные вероятности не зависят от выбора геометрии.*

Вероятности условные и двумерные

Рассмотрим классическую формулу Байеса для условных вероятностей:

$$\boldsymbol{F_1}/\!:\ P(b) = P(a) \cdot \frac{P(b|a)}{P(a|b)}.$$

Она может быть выведена из следующего равенства:

$$P(a|b) \cdot P(b) = P(b|a) \cdot P(a) = P(a \wedge b),$$

где $P(a|b)$ – вероятность a при условии b, $P(b)$ вероятность b, $P(b|a)$ – вероятность b при условии a, $P(a)$ – унарная вероятность a, и $P(a \wedge b)$ – совместная вероятность «a и b».

Последнее равенство является отражением числового равенства:

$$P(a|b) \cdot P(b) = \frac{N_{a\wedge b}}{N_b} \cdot \frac{N_b}{U} = \frac{N_{a\wedge b}}{U} = P(a \wedge b) = \frac{N_{a\wedge b}}{N_a} \cdot \frac{N_a}{U} = P(b|a) \cdot P(a),$$

в котором N_a, N_b, $N_{a\wedge b}$ – число возможных измерений с соответствующими результатами a и b, а U – некоторый универсум возможных измерений.

Например, речь может вестись о лото, когда мы точно знаем, что в мешке находятся N_a, красных шаров, N_b синих, из них $N_{a\wedge b}$ красно-синих, а всего шаров в мешке U. Если нам нужно вычислить все возможные вероятности, мы можем использовать формулу Байеса в том или ином виде.

Существенно то, что унарные и совместные вероятности тоже в определённом смысле являются *условными*. Ведь они определяются с использованием некоторого универсума возможностей U, фактически являющегося условием. Как уже было отмечено, U может быть разным и является результатом дополнительного выбора, независимого от распределения бинарных *относительных* вероятностей. Сделаем выводы:

1) *Относительные* вероятности задаются меньшим числом предположений, и в этом смысле более фундаментальны, чем *условные*.

2) Все нормированные вероятности можно считать *условными*, поскольку они задаются либо в отношении некоторого специального условия, либо в отношении некоторого универсума U возможностей.

Учитывая сказанное, формула Байеса $\boldsymbol{F_1}$ может быть переписана как

$$\boldsymbol{F_2}/\!:\ P(a|b) \cdot P(b|U) = P(b|a) \cdot P(a|U) = P(a \wedge b|U),$$

где U – универсум возможностей, $P(a \wedge b|U)$ – совместная вероятность того, что окажется верным как a, так и b.

Определим кет-вектора $|\psi\rangle$ и $|\phi\rangle$, нормированные на 1: $|\langle\psi|\psi\rangle|=1$, $|\langle\phi|\phi\rangle=1$. Условную вероятность определим как квадрат модуля их скалярного произведения:

$$|\langle\phi|\psi\rangle|^2 = (||\psi\rangle|\cdot\cos\alpha\cdot||\psi\rangle|)^2 = P(a|b).$$

Переход от относительных вероятностей к квантовым амплитудам

Как было показано выше, переход от квантовых амплитуд к условным вероятностям не вызывает затруднений. Но возможен ли переход от вероятностей *относительных* и *условных* к квантовым амплитудам?

Областью значений *относительной* вероятности является множество $\{\mathbb{Q}+, 0, +\infty\}$ положительных рациональных чисел, дополненное нулём и бесконечностью, и, если его дополнить до множества $\{\mathbb{R}+, 0, +\infty\}$, при вычислении вероятностей можно перейти от квадратов тригонометрических функций к тригонометрическим функциям в первой степени:

$$P\left(\frac{a\wedge b}{b\backslash a}\right) = \mathrm{ctg}^2\alpha = \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}\cdot\frac{2}{1-\cos 2\alpha} = \frac{1+\cos 2\alpha}{1-\cos 2\alpha}$$

– для ортогональных суждений $(a\wedge b)$ и $(b\backslash a)$.

Аналогично для *ортогональных* суждений $(a\wedge b)$ и $(a\backslash b)$ *относительная* вероятность будет

$$P\left(\frac{a\wedge b}{a\backslash b}\right) = \mathrm{ctg}^2\beta = \frac{\cos^2\beta}{\sin^2\beta} = \frac{1+\cos 2\beta}{2}\cdot\frac{2}{1-\cos 2\beta} = \frac{1+\cos 2\beta}{1-\cos 2\beta}.$$

При этом после нормировки знаменателей на 1 и применения тригонометрических формул получим уже *условные* вероятности:

$$P(a|b) = P\left(\frac{a\wedge b}{(a\wedge b)\vee(b\wedge\neg a)}\right) = \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha} = \cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2},$$

$$P(b|a) = P\left(\frac{a\wedge b}{(a\wedge b)\vee(a\wedge\neg b)}\right) = \frac{\cos^2\beta}{\sin^2\beta+\cos^2\beta} = \cos^2\beta = \frac{1+\cos 2\beta}{2},$$

$$\cos 2\alpha = 2P(a|b) - 1,$$

$$\cos 2\beta = 2P(b|a) - 1.$$

В исходном 4-мерном пространстве $\mathscr{L}_4$ векторов $\vec{\boldsymbol{\psi}}$ *относительных* состояний относительная вероятность равна $P\left(\frac{x_i}{x_j}\right) = \mathrm{ctg}^2\theta_{ij}$, где θ_{ij} – угол между проекцией $\vec{\boldsymbol{\psi}}_{ij}$ вектора $\vec{\boldsymbol{\psi}}$ на плоскость (X_iX_j) и ортой $\vec{\boldsymbol{e}}_i$, $\vec{\boldsymbol{\psi}} = x_0\vec{\boldsymbol{e}}_0+x_{1\text{-}3}\vec{\boldsymbol{e}}_{1-3}$, $|\vec{\boldsymbol{\psi}}|^2 = x_0^2+x_1^2+x_2^2+x_3^2$ и $i,j\in\{0, 1, 2, 3\}$.

Зададим новое 4-мерное пространство $\mathscr{L}_4'$ четырьмя ортами $\vec{\boldsymbol{u}}_1=a\wedge b$, $\vec{\boldsymbol{u}}_2 = a\backslash b$, $\vec{\boldsymbol{u}}_3 = b\backslash a$, $\vec{\boldsymbol{u}}_0 = U\backslash(a\vee b)$. Установим в этом пространстве связь условных вероятностей с углами между вектором $\vec{\boldsymbol{u}}=y_0\vec{\boldsymbol{u}}_0+y_{1\text{-}3}\vec{\boldsymbol{u}}_{1\text{-}3}$ и ортами согласно правилу:

$$\cos 2\alpha = 2P(a|b) - 1,$$

$$\cos 2\beta = 2P(b|a) - 1,$$

где 2α – угол между проекцией $\vec{\boldsymbol{u}}_{13}=y_1\vec{\boldsymbol{u}}_1+y_3\vec{\boldsymbol{u}}_3$ и ортой $\vec{\boldsymbol{u}}_1$, 2β – угол между проекцией $\vec{\boldsymbol{u}}_{12} = y_1\vec{\boldsymbol{u}}_1 + y_3\vec{\boldsymbol{u}}_2$ и ортой $\vec{\boldsymbol{u}}_1$.

Поворот вектора $\vec{\boldsymbol{\psi}}$ в пространстве $\mathscr{L}_4$ на некоторый угол θ отображается в пространстве $\mathscr{L}_4'$ в поворот вектора $\vec{\boldsymbol{u}}$ на угол 2θ. По совпадению или не случайно это соответствует соотношению фаз фермионного кубита с углами физического пространства.

Таким образом, произвольную *условную* вероятность можно представить в виде квадратичной функции *квантовой* амплитуды либо в виде линейной функции проекций векторов состояния на оси логического базиса, а квантовые *амплитуды* и классические *условные* вероятности можно считать разным математическим представлением вероятности как таковой.

Относительные величины в СТО

Покажем, что относительность метрических величин и вероятностей приводит к общему принципу математического устройства специальной теории относительности и «нерелятивистской» квантовой механики.

Возьмём для начала полученное выражение для вектора $\vec{\boldsymbol{\psi}}$ относительной вероятности:

$$\vec{\boldsymbol{\psi}} = x_0\vec{\boldsymbol{e}}_{\mathbf{0}} + x_{1\text{-}3}\vec{\boldsymbol{e}}_{\mathbf{1-3}}.$$

Представим вектор в двух ортогональных системах координат: S и S'. Новые орты являются линейной комбинацией старых. Выберем новые орты так, чтобы S' была повёрнута относительно S на угол α, для которого

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-P(x'_{1-3}|x_{1-3})}.$$

Тогда

$$\vec{\boldsymbol{\psi}} = x_0\vec{\boldsymbol{e}}_{\mathbf{0}} + x_{1\text{-}3}\vec{\boldsymbol{e}}_{\mathbf{1-3}} = x'_0\vec{\boldsymbol{e}}'_{\mathbf{0}} + x'_{1\text{-}3}\vec{\boldsymbol{e}}'_{\mathbf{1-3}}.$$

Умножим скалярно на $\vec{\boldsymbol{e}}_{\mathbf{0}}$:

$$x_0\vec{\boldsymbol{e}}_{\mathbf{0}}\cdot\vec{\boldsymbol{e}}_{\mathbf{0}} + x_{1\text{-}3}\vec{\boldsymbol{e}}_{\mathbf{1-3}}\cdot\vec{\boldsymbol{e}}_{\mathbf{0}} = x'_0\vec{\boldsymbol{e}}'_{\mathbf{0}}\cdot\vec{\boldsymbol{e}}_{\mathbf{0}} + x'_{1\text{-}3}\vec{\boldsymbol{e}}'_{\mathbf{1-3}}\cdot\vec{\boldsymbol{e}}_{\mathbf{0}},$$

получим:

$$x_0\cdot 1 + x_{1\text{-}3}\cdot 0 = x'_0\cdot\cos\alpha + x'_{1\text{-}3}\cdot\sin\alpha,$$

$$x'_0 = \frac{x_0 - x'_{1-3}\cdot\sin\alpha}{\cos\alpha}. \tag{1}$$

Умножим скалярно на $\vec{\boldsymbol{e}}'_{\mathbf{1-3}}$:

$$x_0\vec{\boldsymbol{e}}_{\mathbf{0}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{e}'}_{1-3} + x_{1\text{-}3}\vec{\boldsymbol{e}}_{\mathbf{1-3}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{e}'}_{1-3} = x'_0\vec{\boldsymbol{e}}'_{\mathbf{0}}\cdot\vec{\boldsymbol{e}}'_{1-3} + x'_{1\text{-}3}\vec{\boldsymbol{e}}'_{\mathbf{1-3}}\cdot\vec{\boldsymbol{e}}'_{1-3},$$

получим

$$x_0\cdot\sin\alpha + x_{1\text{-}3}\cdot\cos\alpha = x'_0\cdot 0 + x'_{1\text{-}3}\cdot 1,$$

$$x_{1\text{-}3} = \frac{x'_{1-3} - x_0\cdot\sin\alpha}{\cos\alpha}. \tag{2}$$

Отметим, что о метрических величинах можно рассуждать в терминах относительных вероятностей. Так, лоренцево относительное сокращение длины может быть трактовано по-другому, как относительное увеличение плотности вероятности, например, если речь о плотности вероятности обнаружения классических частиц – молекул газа – в космическом пространстве вдоль линии лоренцева сокращения длины.

Будем трактовать (1) и (2) как соотношения для метрических величин в некотором пространстве, связанном с пространством относительных вероятностей. Для этого перепишем их, заменив амплитуды относительных вероятностей на пространственно-временные координаты:

$$ct' = \frac{ct - x'_{1-3}\cdot\sin\alpha}{\cos\alpha},$$

$$x_{1\text{-}3} = \frac{x'_{1-3} - ct\cdot\sin\alpha}{\cos\alpha}. \qquad (3)$$

Подставив $\sin\alpha = \frac{V}{c}$, а $\cos\alpha = \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$, получим выражения, очень напоминающие преобразования Лоренца:

$$t' = \frac{t - Vx'_{1-3}/c^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}},$$

$$x_{1\text{-}3} = \frac{x'_{1-3} - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}. \qquad (4)$$

Для получения из них преобразований Лоренца достаточно заменить во втором выражении нештрихованный $x_{1\text{-}3}$ на штрихованный $x'_{1\text{-}3}$, и наоборот:

$$t' = \frac{t - Vx_{1-3}/c^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}},$$

$$x'_{1\text{-}3} = \frac{x_{1-3} - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}\ . \qquad (5)$$

Обратные преобразования Лоренца получаем аналогично, скалярно умножая вектор относительной величины $\vec{\boldsymbol{\psi}}$ на орты $\vec{\boldsymbol{e}}'_{\mathbf{0}}$ и $\vec{\boldsymbol{e}}_{\mathbf{1-3}}$ с последующей заменой штриха на $x_{1\text{-}3}$ и $x'_{1\text{-}3}$:

$$t = \frac{t' + Vx'_{1-3}/c^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}},$$

$$x_{1\text{-}3} = \frac{x'_{1-3} + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}\ . \qquad (6)$$

Разделив в (6) второе уравнение на первое и подставив $\frac{x_{1-3}}{t} = v$, $\frac{x'_{1-3}}{t'} = v'$, получим уравнение релятивистского сложения скоростей:

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v'\cdot V}{c^2}}. \qquad (7)$$

А это евклидово представление СТО – так называемая «*евклидова относительность*»[5] [6].

Однако это ещё не всё. Из полученных преобразований Лоренца можно без дополнительных физических предположений перейти к преобразованиям Галилея, тем самым объединив всю механику, начиная от классической нерелятивистской и кончая квантовой. Покажем это.

Преобразования Галилея:

$$x_{1\text{-}3}' = x_{1\text{-}3} - vt,$$
$$t' = t. \tag{8}$$

Дадим определение собственного времени («времени-подобный интервал») и собственной пространственной координаты «пространственно подобный интервал»):

$$l \stackrel{\text{def}}{=} \frac{x_{1-3}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \frac{x_{1-3}}{\cos\alpha},$$
$$\tau \stackrel{\text{def}}{=} \frac{t}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \frac{t}{\cos\alpha}. \tag{9}$$

Заменим в преобразованиях Лоренца (6) $x_{1\text{-}3}$ и t на l и τ. Получим

$$x_{1\text{-}3}' = l - \sin\alpha \cdot c\tau = l - v\tau$$
$$t' = \tau - \sin\alpha \cdot \frac{l}{c} \tag{10}$$

Полученные преобразования соответствуют повороту декартовых осей на плоскости на угол α с заменой оси T на T' и X на L. Замена $x_{1\text{-}3}$ и t на l и τ соответствует изменению правил нормировки векторов: теперь собственное время и собственная пространственная координата перестают быть инвариантами, как в интерпретации Эйнштейна–Минковского, и ставятся в зависимость от угла α. Эти перемены, однако, никак не сказываются на относительной длине векторов, определяемой соотношением Пифагора. Таким образом, эти перемены являются сугубо инструментальными и не затрагивают собственно физическую реальность, а именно – относительные метрические величины.

Видно также, что выражения (10) физически полностью соответствуют преобразованиям Галилея, так как постоянная скорости света в вакууме ***c*** является размерной и может быть выбрана какой угодно. В случае, если она будет достаточно большой, выражения (10) совпадут с преобразованиями Галилея. Как видим, переход от релятивистских преобразований к классическим не требует никаких дополнительных физических предположений, а значит, за ними стоит одна и та же объективная реальность. Это означает, что разночтения между ньютоновской и релятивистской механикой связаны исключительно с выбором вычислительного инструментария.

---

[5] Euclidean Relativity.

Но есть ли физическая необходимость в замене обозначений осей? Изначально есть практическая необходимость однозначно соотнести результаты измерения промежутков времени и пространства с той или иной системой отсчёта. С соотнесением измеренного времениподобного интервала проблем не возникает: он измеряется неподвижными часами в выбранной системе отсчёта и постулируется инвариантом, то есть постоянной величиной, с которой будут соотноситься относительные величины, соответствующие измерению данного промежутка времени в других системах отсчёта. В этом случае инвариант времени окажется прямоугольной евклидовой проекцией векторов времени, измеренных в других СО, на ось времени данной СО. Поскольку именно эта проекция измерена, нам удобно считать её геометрическим инвариантом.

С соотнесением измеренного пространственноподобного интервала дело несколько сложнее. Он может быть однозначно измерен только между двумя неподвижными по отношению друг к другу телами, мировые линии которых параллельны, так как расстояние может быть однозначно задано лишь перпендикуляром, опущенным между двумя параллельными прямыми. Это можно сделать в собственной координатной системе условно «движущегося» тела, а можно в координатной системе «покоящегося». Можно опускать перпендикуляр от «покоящегося» тела к мировой линии «движущегося», а можно – наоборот. Поэтому возникает необходимость сделать дополнительный выбор: как именно соотносить измеренную «собственную» длину с отрезками геометрии? Следует отметить, что этот выбор стоит отдельно и не повлияет на дальнейший выбор геометрического инварианта.

В принципе, поскольку объективны лишь относительные величины, и именно их соотношение в СТО установлено пифагоровым уравнением, природе всё равно, что мы в своих расчётах принимаем за инвариант, норму самого вектора или его ортогональную проекцию на ось. Но поскольку у нас на руках имеются лишь измерения времени и расстояния, сделанные в конкретных системах отсчёта, именно их удобнее всего использовать в качестве геометрических инвариантов при преобразованиях координат. Ведь если использовать в качестве инварианта нормы самих векторов, нам придётся делать перенормировку непосредственно измеренных величин, чтобы сохранить отношения между ними.

Получается, что псевдоевклидовость физического пространства-времени – всего лишь удобный вычислительный приём, избавляющий от необходимости делать перенормировку. Таким образом, метрический инвариант физической геометрии – некая условность, в то время когда истинным инвариантом является система бинарных отношений между величинами.

Используемая геометрическая модель отличается от псевдоевклидовой геометрии Минковского тем, что векторы, образующие в геометрии Минковского световой конус, в релятивистской евклидовой геометрии отображаются в векторы 3-мерной гиперплоскости «абсолютного настоящего» (рис. 2). Также все проекции векторов на ось $X'_{1\text{-}3}$ попадают в гиперплоскость «абсолютного настоящего», поскольку эта ось – общая для всех штрихованных СО.

Естественной мерой относительного движения тогда можно считать тангенс tgα евклидового угла между вектором касательной к мировой линии и направлением оси времени. Угол наклона мировых линий фотонов к оси времени будет равен в евклидовой модели $\alpha = \pi/2$. При таком выборе меру движения фотонов следует считать бесконечной и в этом смысле предельной.

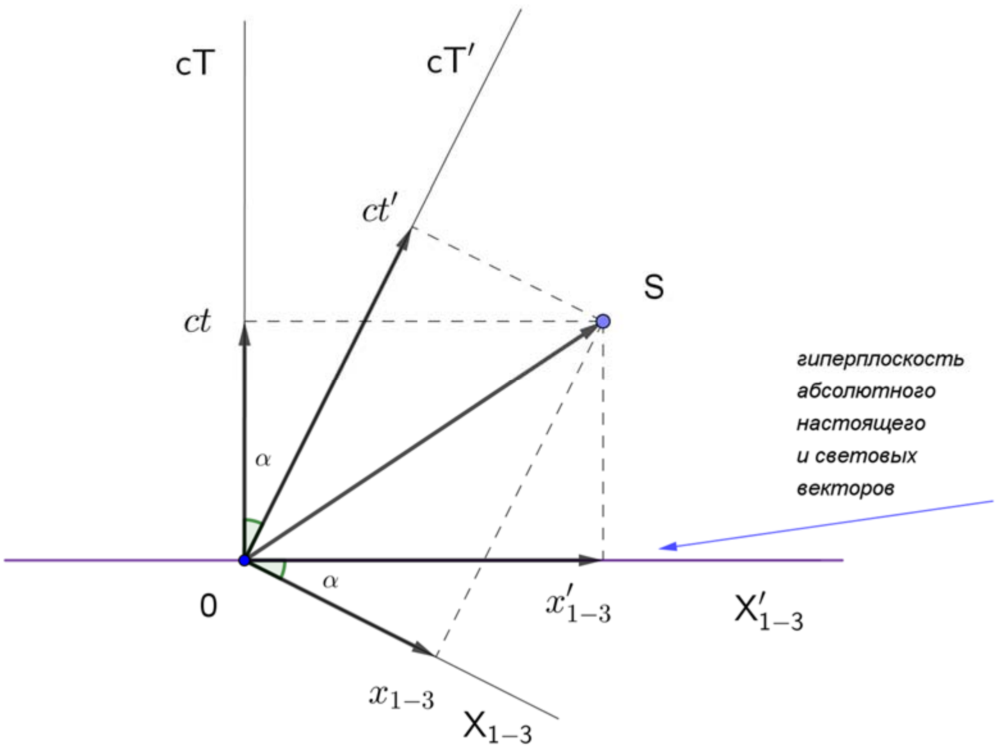

Рис. 2. Евклидова модель геометрии СТО: мировые линии фотонов и любые штрихованные оси $X'_{1\text{-}3}$, $X''_{1\text{-}3}$, $X'''_{1\text{-}3}$… ложатся на гиперплоскоскость абсолютного настоящего

Теоретическую систему отсчёта, связанную с бесконечной мерой движения, разумеется, невозможно считать физической потому, что невозможно за конечное время придать телу отсчёта бесконечную меру движения, разогнав до скорости света в вакууме. Невозможно также связать такую СО с фотоном в реальных условиях, потому что фотон в реальности движется всё же не в идеальном вакууме, а максимум в разряженной среде и поэтому может иметь лишь досветовую скорость и конечную меру движения.

Однако допущение некоторого теоретического предела в виде приоритетной или даже «абсолютной» СО, связанной с бесконечной мерой движения, может быть весьма полезно для объяснения квантовых нелокальностей [7]. Ведь, если теоретический предел скоростей связан не с конечной, а с бесконечной мерой движения, то так называемые «сверхсветовые скорости» являются не более чем *вычислительным артефактом*, а на самом деле истинная предельная мера движения является атрибутом лишь фотонов в идеальном вакууме. В предельности меры движения таких фотонов можно убедиться в рамках евклидова представления СТО, сравнивая тангенсы соответствующих бустовых углов «сверхсветовых корреляций» со значением тангенса бустового угла мировых линий фотонов в идеальном вакууме, который стремится к бесконечности:

$$|\mathrm{tg}\alpha| \to |\mathrm{tg}\tfrac{\pi}{2}| = +\infty.$$

В евклидовой модели вектора движения с углами $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ соответствуют сверхсветовым (пространственноподобным) интервалам. Специальное место для векторов обратного по отношению ко времени «движения» отсутствует в принципе. Особая роль времени в том, что оно играет роль параметра перемещения точки отсчёта «*субъективного настоящего*» в 4-мерном пространстве. Поэтому выбор направления времени является *дополнительным постулатом* и ничего не меняет в распределении относительных величин. Важнейшим выводом является то, что сверхсветовой «перенос» относительных вероятностей не связан с разворотом направления времени, а следовательно, ни в какой ситуации не нарушает принцип причинности. Для разворота времени следовало бы разогнать не тело, а самого наблюдателя до сверхсветовых скоростей, но это невозможно даже теоретически, что гарантирует соблюдение принципа причинности.

В целом получается, что проблема нелокальности носит не объективный характер, а зависит от выбора геометрической модели СТО и меры, с помощью которой мы будем измерять физическое движение в рамках этой модели. В модели Минковского проблема нелокальности «появляется», если использовать в роли параметра движения обычную скорость, и «исчезает», если использовать *параметр быстроты* $\frac{\theta}{c}$, представляющий собой гиперболический угол:

$$\theta = c\cdot\mathrm{Arth}\,\frac{v}{c} = \frac{c}{2}\cdot\ln\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}.$$

В евклидовой модели СТО проблема нелокальности «встаёт», если использовать обычную скорость v, которая в этой модели пропорциональна синусу бустового угла: $v = c\cdot\sin\alpha$. Но проблема сразу «исчезает», если вместо v использовать функцию tgα, не имеющую конечного предела. Таким образом, проблему нелокальности можно в немалой степени считать псевдопроблемой, вызванной исторически сложившейся в физике традицией использования предпочтительного ряда функций и величин.

Предвидим вопрос: а как же неклассическое сложение скоростей, разве оно не является следствием гиперболической метрики? Оказывается нет, неклассическое сложение «скоростей» будет и в евклидовой геометрии, хотя и несколько отличное от псевдоевклидовой, и это нетрудно показать.

Неклассическое сложение скоростей и вероятностей

Допустим, что пространство-время описывается евклидовой геометрией с использованием обычных декартовых координат без всякой замены осей.

Тогда любой вектор $\vec{s}$ может быть представлен в двух разных декартовых СО, как:

$$\vec{s} = \mathrm{c}t\vec{e}_{\mathrm{t}} + x_{1\text{-}3}\vec{e}_{\mathrm{x}} = \mathrm{c}t'\vec{e}'_{\mathrm{t}} + x'_{1\text{-}3}\vec{e}'_{\mathrm{x}}.$$

Действуем аналогично тому, как действовали выше. Получим:

$$\frac{v}{c} = \frac{\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{tg}\beta}{1-\mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{tg}\beta} = \mathrm{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\frac{V}{c}+\frac{v'}{c}}{1-\frac{V\cdot v'}{c^2}}, \tag{11}$$

$$v = \frac{V+v'}{1-\frac{V\cdot v'}{c^2}}. \tag{12}$$

Уравнение (12) отличается от обычной формулы релятивистского сложения скоростей знаком второго члена в знаменателе, и тем, что сумма скоростей не ограничена никаким пределом. Казалось бы, за этими расчётами должна бы стоять совсем другая физика. Но на самом деле конечный предел меры движения и здесь нетрудно найти, если постараться. Достаточно помимо $\frac{\mathrm{v}}{\mathrm{c}}= \mathrm{tg}(\alpha+\beta)$, $\frac{\mathrm{v}'}{\mathrm{c}}=\mathrm{tg}\beta$, $\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{c}}=\mathrm{tg}\alpha$ ввести параметр «синусовой» скорости $\frac{\mathrm{v}^*}{\mathrm{c}}=\sin(\alpha+\beta)$, $\frac{\mathrm{v}^{*\prime}}{\mathrm{c}}=\sin\beta$, $\frac{\mathrm{V}^*}{\mathrm{c}}=\sin\alpha$. Тогда релятивистское сложение скоростей будет выглядеть, как нахождение по формуле тангенса суммы углов, взятие арктангенса и далее – синуса полученного угла. То есть:

$$\frac{V^*}{c} = \sin(\mathrm{arctg}\frac{V}{c}),\ \frac{v^{*\prime}}{c} = \sin(\mathrm{arctg}\frac{v'}{c}),\ \frac{v^*}{c} = \sin(\mathrm{arctg}\frac{\frac{V}{c}+\frac{v'}{c}}{1-\frac{V\cdot v'}{c^2}}).$$

Функция синуса, в отличие от тангенса, ограничена значениями ±1. Другими словами, при определённом выборе вида функции для меры механического движения в евклидовой геометрии, как и в псевдоевклидовой, можно обнаружить конечный «релятивистский предел». Очевидно, что дело тут не в метрике, а в чём-то другом: *из-за фундаментальной бинарной условности относительных величин мы не можем их складывать, как числа, а вынуждены в каждом сложении переопределять систему отсчёта*. Неожиданным физическим следствием этого, по сути, математически-языкового, правила сложения относительных величин, является конечность скорости света.

Существенным является и другой вывод: во всех случаях переход к обычному классическому сложению скоростей возможен в области малых угловых отношений между векторами движения (механического состояния). Встаёт вопрос: не происходит ли переход к классическому сложению вероятностей аналогичным образом?

Пусть относительные вероятности для логических отношений между *a* и *b* описываются вектором:

$$\vec{\psi} = x_0\vec{e}_0 + x_{1\text{-}3}\vec{e}_{1-3},\ \text{для которого } |\vec{\psi}|^2 = x_0^2 + x_{1\text{-}3}^2,\ \text{и } P\left(\frac{x_i}{x_j}\right) = \frac{x_i}{x_j} = \mathrm{ctg}^2\theta_{ij}.$$

Определим в качестве инварианта координатные преобразования $|\vec{\psi}|$. Тогда

$$\vec{\psi} = x_0\vec{e}_0+x_{1\text{-}3}\vec{e}_{1-3} = x'_0\vec{e}'_0+x'_{1\text{-}3}\vec{e}'_{1-3}.$$

Умножим скалярно на $\vec{\boldsymbol{e}}_0$:

$$x_0\vec{\boldsymbol{e}}_0\cdot\vec{\boldsymbol{e}}_0 + x_{1\text{-}3}\vec{\boldsymbol{e}}_{1-3}\cdot\vec{\boldsymbol{e}}_0 = x'_0\vec{\boldsymbol{e}}'_0\cdot\vec{\boldsymbol{e}}_0 + x'_{1\text{-}3}\vec{\boldsymbol{e}}'_{1-3}\cdot\vec{\boldsymbol{e}}_0,$$

получим

$$x_0\cdot 1 + x_{1\text{-}3}\cdot 0 = x'_0\cdot\cos\alpha - x'_{1\text{-}3}\cdot\sin\alpha. \tag{13}$$

Умножим скалярно на $\vec{\boldsymbol{e}}_{1-3}$:

$$x_0\vec{\boldsymbol{e}}_0\cdot\vec{\boldsymbol{e}}_{1-3} + x_{1\text{-}3}\vec{\boldsymbol{e}}_{1-3}\cdot\vec{\boldsymbol{e}}_{1-3} = x'_0\vec{\boldsymbol{e}}'_0\cdot\vec{\boldsymbol{e}}_{1-3} + x'_{1\text{-}3}\vec{\boldsymbol{e}}'_{1-3}\cdot\vec{\boldsymbol{e}}_{1-3},$$

получим

$$x_0\cdot 0 + x_{1\text{-}3}\cdot 1 = x'_0\cdot\sin\alpha + x'_{1\text{-}3}\cdot\cos\alpha. \tag{14}$$

Разделим (2) на (1). Получим

$$\frac{x_{1-3}}{x_0} = \frac{x'_0\sin\alpha + x'_{1-3}\cos\alpha}{x'_0\cos\alpha - x'_{1-3}\sin\alpha}. \tag{15}$$

Разделим числитель и знаменатель справа на cosα. Получим

$$\frac{x_{1-3}}{x_0} = \frac{x'_0\cdot\mathrm{tg}\alpha + x'_{1-3}}{x'_0 - x'_{1-3}\cdot\mathrm{tg}\alpha}. \tag{16}$$

Разделим числитель и знаменатель справа на x'_0. Получим

$$\frac{x_{1-3}}{x_0} = \frac{\mathrm{tg}\alpha + \frac{x'_{1-3}}{x'_0}}{1 - \frac{x'_{1-3}}{x'_0}\cdot\mathrm{tg}\alpha}. \tag{17}$$

Подставим $\frac{x'_{1-3}}{x'_0} = \mathrm{tg}\beta$. Получим

$$\frac{x_{1-3}}{x_0} = \frac{\mathrm{tg}\alpha + \mathrm{tg}\beta}{1 - \mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{tg}\beta} = \mathrm{tg}(\alpha+\beta). \tag{18}$$

Ранее мы определили наши относительные вероятности через квадрат котангенса угла между двумя векторами в пространстве относительных вероятностей. Для выбранного ортогонального базиса – это угол между проекцией вектора на плоскость и одной из орт:

$$\mathrm{ctg}^2(\alpha+\beta) = \left(\frac{x_0}{x_{1-3}}\right)^2 = P\left(\frac{U\backslash(a\vee b)}{(a\vee b)}\right),$$

$$\mathrm{ctg}^2\beta = \left(\frac{x'_0}{x'_{1-3}}\right)^2 = P\left(\frac{U\backslash(a\vee b)'}{(a\vee b)'}\right).$$

Тогда угол α – это угол поворота орт базиса, и

$$\mathrm{tg}\alpha = \mathrm{tg}((\alpha+\beta)-\beta) = \frac{\mathrm{tg}(\alpha+\beta) - \mathrm{tg}\beta}{1 + \mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{tg}\beta}. \tag{19}$$

Напрашивается вывод: классическое сложение вероятностей становится возможным в области малых углов и малых тангенсов, когда котангенсы и равные их квадратам относительные вероятности $P\left(\frac{U\backslash(a\vee b)}{(a\vee b)}\right)$ достаточно большие. Как следует из формы $P\left(\frac{U\backslash(a\vee b)}{(a\vee b)}\right)$, такая ситуация складывается, например, тогда, когда универсум U очень большой и включает в себя макроскопическое число микросостояний. То есть речь идёт о некотором переходе, который по-другому можно описать, как *декогеренцию* волновой функции [10]. Этот переход объективно необходим, когда физические условия не позволяют отделить квантовую систему от окружения и таким образом «отсечь» макроскопический универсум степеней свободы.

В связи с этим проясняется и другой вопрос: почему постоянная Планка такая маленькая? Ведь постоянная Планка – это размерная постоянная, и теоретически её можно было выбрать любой, но почему-то выбрали очень маленькую. Ответ можно найти, используя антропный аргумент: для эффективной коммуникации между субъектами необходима классическая определённость, которая могла бы обеспечить универсальную для всех наблюдателей достоверность. Определённость достижима только при выборе макроскопической мощности универсума U, что по-другому может быть выражено как выбор малой размерной постоянной $\hbar$. Проще говоря, поскольку физики не могут быть размером с молекулу – а иначе им затруднительно было бы вести научные дискуссии – им чаще всего удобнее иметь дело с системами единиц, в которых постоянная Планка очень мала.

Релятивистские отношения величин и соотношение неопределённости Гейзенберга

Ещё один общий аспект СТО и квантовой механики помогает понять устройство объективной реальности: соотношение динамических и метрических величин. В квантовой механике оно устанавливается соотношением неопределённости $\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \hbar$[6].

Определим $\Delta x = |x - x_0|$, $\Delta x' = |x' - x'_0|$, $\Delta p = |p - p_0|$, $\Delta p' = |p' - p'_0|$.

Допустим, космическая лаборатория изменила скорость относительно расположенного рядом облака космической пыли с $v = V$ до $v' = 0$. Инерциальная СО S лаборатории до изменения скорости, S' – после. С учётом прямого преобразования Лоренца $x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$ и $t = t_0$, получим

$$\Delta x = |x - x_0| = \left| x' \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} + Vt - x_0' \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} - Vt_0 \right| = \Delta x' \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}\,. \quad (20)$$

С учётом обратного преобразования Лоренца $p = \frac{p' + \frac{VE'}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$, при условии неизменной массы частиц $E' = E_0' = mc^2$, получим

[6] Для энергии и времени $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$, но это уже не соотношение Гейзенберга.

$$\Delta p = |p - p_0| = \left|\frac{p' + \frac{VE'}{c^2} - p_0' - \frac{VE_0'}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}\right| = \left|\frac{p' - p_0'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}\right|. \quad (21)$$

Соответственно можем записать для одного и того же наблюдателя $\Delta p \cdot \Delta x$-const при релятивистских преобразованиях. Соотношение $\Delta E \cdot \Delta t$-const доказывается аналогично, хотя, с другой стороны, следует и из свойств преобразования Фурье.

Но в таком же духе можно истолковать и квантово-механическое соотношение $\Delta p \cdot \Delta x \geq \hbar$ – как некоторый инвариант, сохраняющийся при изменении макроскопической настройки системы (преобразованиях квантового базиса). В отличие от чисто метрических и чисто динамических инвариантов «метродинамический» является объективным в том смысле, что не зависит от выбора способа нормировки векторов. Пользуясь терминологией Эйнштейна [2. С. 445], можно прийти к выводу, что «*элементом реальности*» служит не отдельно энергия и время, или импульс и координата, а их произведение с размерностью действия: относительное действие. *Относительное действие* S оказывается инвариантом, общим для КМ и СТО и выражающим отношение величин.

В этой связи *принцип наименьшего действия* оказывается естественным математическим следствием инвариантности действия, так как экстремумы функций сохраняют свои свойства при линейных преобразованиях координат, а значит, в случае функций физических величин, – являются объективной, независимой от выбора координат, реальностью.

Если так, то соотношения квантовой неопределённости и взаимного релятивистского преобразования метрических и динамических величин получают общее объяснение как *вычислительный эффект* при преобразовании относительных физических величин. При этом действие следует рассматривать как искомую объективную часть физической реальности, а отдельно метрические и динамические величины как её проекции, зависимые от дополнительного выбора условий измерения.

Следует отдать должное Бору, который писал, указывая на общность принципов КМ и СТО: «*…характерная для теории относительности зависимость всех показаний масштабов и часов от принятой системы отсчёта может быть, далее, сравнена с тем не поддающимся контролю обменом количеством движения и энергией между измеряемыми объектами и всеми приборами, определяющими пространственно-временную систему отсчёта, который приводит нас в квантовой теории к положению вещей, характеризуемому понятием дополнительности*» [2. С. 457]. Таким образом, боровский *принцип дополнительности* оказывается тесно связанным с принципом относительности фундаментальных физических величин.

Нелокальность как вычислительный эффект

В свете вышеизложенного напрашивается следующее объяснение нелокальностей в КМ: сходство нелокальных эффектов в СТО и КМ следует из общности свойств относительных величин в этих двух теориях. Нелокальную квантовую корреляцию можно описать в терминах, близких к языку СТО как изменение относительных величин, связанное с переходом от одной системы отсчёта (базиса) к другой. Но такой переход является чисто вычислительной процедурой, не связанной с физическим действием. И в этом легко убедиться, анализируя найденные параллели между измерениями в КМ и в СТО. Допустим, лаборатория наблюдателя изменила свою скорость. Тогда соотношение длин отрезков, один из которых измерен в лаборатории, а другой – где-нибудь в космосе, «мгновенно» изменилось. «Мгновенно» изменились во всём пространстве и относительные плотности вероятности вдоль вектора изменения скорости. При этом, например, облако межзвёздного газа, удалённое на десятки парсеков, «мгновенно» сгустилось в направлении релятивистского сокращения длины. Но это никого из физиков не удивляет, поскольку сигнал, подтверждающий это «мгновенное» сгущение, свет не обгонит, а достигнет Земли, как и положено, через много лет. Если так, то почему нас должно удивлять мгновенное изменение условных вероятностей в квантовых экспериментах, если они, как и расстояния, являются формой относительной величины? Вопрос, разумеется, риторический, ведь в квантовых экспериментах сводные сигналы, подтверждающие «мгновенность» квантовой корреляции, тоже приходят с необходимым согласно СТО опозданием.

Однако почему абсолютные, соответствующие достоверным сигналам, вероятности передаются только вдоль времениподобных и светоподобных интервалов, а относительные вероятности – вдоль любых? Ответ: относительные вероятности не передаются, они объективно существуют как нелокально заданные отношения. Чтобы передать достоверную безусловную информацию, этого недостаточно. Для гарантии безусловности нужен постоянно макроскопический универсум U степеней свободы вдоль всего интервала передачи сигнала, а такой универсум можно с гарантией создать только вдоль времениподобного или светоподобного интервала в виде макроскопического тела с досветовой скоростью или фотонов.

Заключение

Всё вышесказанное подводит нас к мысли, что проблему квантовой нелокальности пора начать рассматривать как следствие недооценки значения и недостаточной проработки общетеоретической базы двух теорий: специальной теории относительности и нерелятивистской квантовой механики. Неожиданно наталкиваемся на ещё один вариант антропного объяснения проблемы квантовой нелокальностей: физика такова, поскольку такова история её создания физиками.

Наши взгляды в чём-то перекликаются с подходом авторов *реляционной интерпретации* квантовой механики[7] и *квантовым байесианством*[8].

[7] Relational Quantum Mechanics.
[8] QBism.

Отличие от *реляционной интерпретации* [8], однако, в том, что относительность физических величин мы связываем не только с физической реальностью, как таковой, но и с естественными требованиями коммуникативного инструментария физической науки и универсальностью научного языка. В отличие от сторонников *квантового байесианства* [9] мы не считаем вероятности субъективными на фундаментальном уровне. Наоборот, мы утверждаем, что относительные вероятности нужно рассматривать как объективные и универсально однозначные, вне зависимости от дальнейшего выбора вычислительного инструмента, который может носить условный или исторический характер.

В этой связи появляется возможное решение поставленной в статье ЭПР проблемы полноты физической теории, формулируемой следующим критерием: «*…каждый элемент физической реальности должен иметь отражение в физической теории*» [2. С. 440]. Измеряя относительные физические величины и анализируя результаты измерений (объективная часть), мы вправе выбирать для нашей теории наиболее подходящие вычислительные инструменты и «вычислительные приёмы» (субъективная часть). К последним можно отнести выбор правила нормировок, установление инвариантов и выбор точки пересмотра вероятностей («коллапс волновой функции») [10]. Но при этом элементами физической реальности оказываются не отдельные величины, а пары канонически-сопряжённых величин. Описывающая их теория является полной.

Отдельно следует сказать об информационной интерпретации КМ, которая набирает популярность среди физиков. В своих работах её сторонники, такие как А. Цейлингер, делают акцент на объёме информации, которую можно извлечь из системы, рассматривая её как инвариант при преобразованиях квантового базиса и, при условии замкнутости системы, как сохраняющуюся во времени величину. Они делают следующий вывод, что *«общая информация, содержащаяся в системе, составляет k битов для системы, содержащей k кубитов»*[9] [11]. На наш взгляд, такая интерпретация поспешна, так как не учитывает неустранимую *контекстуальность* квантовой механики, фиксируемую, например, теоремой Кохена – Спекера [12]. Очевидно, что контекстуальность квантово-механических истин является проявлением свойств множества истинностных значений, которое в фундаментальном случае, как мы показали в этой работе, с необходимостью представлено одной из групп симметрии ($U(1)$ в случае КМ). Но множество элементов группы $U(1)$ в пределе обладает континуальной мощностью, и ясно, что 1 бита информации явно недостаточно для учёта всех возможных контекстов измерения квантового бита. Таким образом, с учётом контекста, правильнее сказать, что один кубит содержит бесконечное число бит относительной информации, но для одного наблюдателя оказывается доступным из этого лишь 1 бит, а именно тот, который получен в условиях выбранного базиса измерения. Этим квантовый бит как раз и отличается от классического, за которым не стоит никакой «трансцендентальной реальности».

---

[9] Перевод авторов статьи.

Ситуация в КМ в этом отношении мало отличается от ситуации в СТО, где также одному наблюдателю соответствует лишь один набор измеренных величин, но в физической системе, как таковой, содержится *континуум информации* обо всех возможностях измерений в разных СО. И эта информация не просто содержится, она каким-то образом независимо от нас работает «за кулисами» наших действий, гарантируя воспроизводимость наших опытов при соблюдении равенства условий. Считать ли этот упорядоченный *континуум информации* «нелокальными скрытыми параметрами» или нет, мы думаем, вопрос философский.

Стоит упомянуть и принцип причинности, который также подлежит некоторому уточнению в свете актуального разделения относительных физических величин, существующих с необходимостью, то есть объективно, и вычислительного инструментария, носящего опциональный характер. По нашему мнению, последовательность применения линейных операторов выбирает экспериментатор, и в случае их некоммутативности она становится важной. В этой связи гипотетическое нарушение причинности выглядит, как попытка экспериментатора, обогнав предельную скорость, вернуться в прошлое и изменить свой собственный выбор. Именно это и невозможно. Но при этом следует отдавать себе отчёт в том, что линейные операторы, действующие на систему, никак объективную физическую реальность относительных величин не изменяют, как их не переставляй. Таким образом, вопрос причинности невозможно отделить от физических свойств самого наблюдателя, и он должен рассматриваться в том числе и с *антропных позиций*: как невозможность привязки собственной СО сознательного существа к суперлюминальным феноменам, таким как квантовые корреляции, или к фотону в идеальном вакууме.

Возвращаясь к радикальной формулировке *антропного принципа* Уилером, который заявил, что Вселенную приводит к бытию наблюдатель, отметим, в чем, на наш взгляд, Уилер не прав: физическая реальность существует и без наблюдателя, то есть объективно, но её *существование носит условный и относительный характер* до того самого момента, как наблюдатель сформулирует принципы того, каким образом он сам определяет для себя физическое бытие. Наблюдатель должен вначале решить, что именно он понимает под существованием тех объектов, которые он собирается искать, а уже затем, пользуясь выражением Бора: «*задать вопрос экспериментально*». Чтобы быть безусловно найденными в реальности, физические объекты должны вначале появиться в языке физики в виде безусловных истин. Покончить с условностями и относительностями реального мира можно, только задав точные физические условия.

Литература

1. *Wheeler J. A.* Genesis and Observership. Foundational Problems in the Special Sciences. Dordrecht,1977. P. 27.
2. *Фок В. А., Эйнштейн А., Подольский Б., Розен Н., Бор Н.* Можно ли считать, что квантово-механическое описание физической реальности является полным? // УФН. 1936. Т. XVI, № 4. С. 436–457.

3. *Zeilinger A*. Nicht mal Gott weiss, wie es ausgeht. Die Weltwoche, 01.12.2005. № 48.
4. *Бурбаки Н.* Основные структуры анализа. Книга первая: Теория множеств. Мир, 1965.
5. *Владимиров Ю. С.* Реляционная концепция Лейбница-Маха // Метафизика. 2016. № 3 (21). С. 69–85.
6. *Montanus H.* Special relativity in an absolute Euclidean Space-Time // Physics Essays. 1991. Vol 4, no. 3. P. 354.
7. *Белинский А. В., Шульман М. Х.* О парадоксах, связанных с изменением системы отсчёта // Метафизика. 2022. № 2 (44). С. 40–54.
8. *Rovelli C.* Relational quantum mechanics // International Journal of Theoretical Physics. 1996. No. 35. P. 1637–1678.
9. *Adlam E. Rovelli.C.* Information is Physical: Cross-Perspective Links in Relational Quantum Mechanics. arXiv:2203.13342v2 // Quantum Physics. 2022. P. 1.
10. *Mermin N. D.* Why QBism Is Not the Copenhagen Interpretation and What John Bell Might Have Thought of It. // Quantum [Un]Speakables II / Bertlmann, Reinhold; Zeilinger, Anton (eds.). The Frontiers Collection, Springer International Publishing, 2017. P. 83.
11. *Белинский А. В.* Об объективности коллапса волновой функции // Мир измерений. 2022. № 1. С. 12–15.
12. *Brukner Č., Zeilinger A.* Operationally Invariant Information in Quantum Measurements // Physical Review Letters. 1999. Vol. 83, no. 17. P. 3354.
13. *Kochen S., Specker E. P.* The Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics // Journal of Mathematics and Mechanics. 1967. Vol. 17, no. 1. P. 59–87.

NONLOCAL CORRELATIONS AND RELATIVITY OF PHYSICAL QUANTITIES

A.V. Belinsky[1*], I.I. Djadan[2]**

[1]Faculty of Physics, Moscow State University named after M.V. Lomonosov
build. 2, 1 Leninskiye Gory, Moscow, 119991, Russian Federation
[2]Physicist
build. 7, LGAU town, Lugansk, 291008, Russian Federation

Abstract. Since the paper of Einstein, Podolsky and Rosen was published where the quantum nonlocality phenomenon was first problematized many physical explanations for this have been proposed. None of them won full recognition from physicists. Perhaps it is time to consider the issue more broadly with the involvement of non-physical arguments that have an abstract mathematical, general scientific, philosophical and historical projections. This work is an attempt at such a direction.

Keywords: nonlocality, relative quantities, binarity, anthropic principle, Euclidean Relativity, light cone, Quantum Bayesianism, Relational Quantum Mechanics, quantum decoherence, information, Bohr's complementarity

[*] E-mail: belinsky@physics.msu.ru
[**] E-mail: idzhadan@yandex.ru